



**Universidade Federal de Pernambuco - UFPE**  
**Centro de Tecnologia e Geociências - CTG**  
**Departamento de Engenharia Civil - DECIV**  
**Pós-Graduação de Engenharia Civil**  
**Doutorado em Geotecnia**

**IMPLEMENTAÇÃO EM ELEMENTOS FINITOS DAS  
EQUAÇÕES DE PRESSÃO E SATURAÇÃO PARA  
SIMULAÇÃO DE FLUXO BIFÁSICO EM RESERVATÓRIOS  
DE PETRÓLEO DEFORMÁVEIS.**

**IGOR FERNANDES GOMES**

**RECIFE-PE, JUNHO DE 2009**

**IMPLEMENTAÇÃO EM ELEMENTOS FINITOS DAS EQUAÇÕES DE PRESSÃO  
E SATURAÇÃO PARA SIMULAÇÃO DE FLUXO BIFÁSICO EM  
RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO DEFORMÁVEIS.**

**IGOR FERNANDES GOMES**

Tese submetida ao corpo docente do programa de pós-graduação em engenharia civil da Universidade Federal de Pernambuco como parte integrante dos requisitos necessários à obtenção do grau de Doutor em Engenharia Civil.

**Orientador:** Leonardo José do Nascimento Guimarães

RECIFE - 2009

**G633i Gomes, Igor Fernandes**

Implementação em elementos finitos das equações de pressão e saturação para simulação de fluxo bifásico em reservatórios de petróleo deformáveis / Igor Fernandes Gomes. – Recife: O Autor, 2009.

xxvi, 188f.; il., figs., tabs.

Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2009.

Inclui Referências Bibliográficas.

**1. Engenharia civil. 2. Geotecnia. 3. Reservatórios de Petróleo – Acoplamento numérico. 4. Geomecânica. 5. Reservatórios de Petróleo – Fluxo Bifásico. I. Título.**

624 CDD (22.ed.)

UFPE/BCTG/2009-125

**IMPLEMENTAÇÃO EM ELEMENTOS FINITOS DAS EQUAÇÕES DE PRESSÃO E SATURAÇÃO PARA SIMULAÇÃO DE FLUXO BIFÁSICO EM RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO DEFORMÁVEIS**

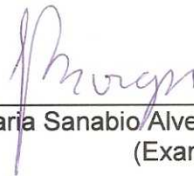
Igor Fernandes Gomes

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO COMO PARTE INTEGRANTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS À OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA CIVIL

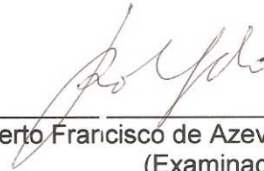
Aprovada por:



Leonardo José do Nascimento Guimarães, Ph. D.  
(Orientador)



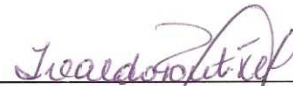
Lavinia Maria Sanabio Alves Borges, D. Sc.  
(Examinador Externo)



Roberto Francisco de Azevedo, Ph. D.  
(Examinador Externo)



Lícia Mouta da Costa, D. Sc.  
(Examinador Interno)



Ivaldo Dario da Silva Pontes Filho, D. Sc.  
(Examinador Interno)

Recife, PE – Brasil  
Junho de 2009

*“O temor do SENHOR é o princípio da sabedoria; bom entendimento têm todos os que cumprem os seus mandamentos; o seu louvor permanece para sempre.”*

*Salmos 111:10*

## **Agradecimentos**

Agradeço acima de tudo ao meu DEUS, que deu um novo sentido à minha vida desde meu real encontro com ELE. Toda a sabedoria, paciência, fé e perseverança foram dons a mim concedidos por ELE, e com isso DEUS tem sido a minha força, meu refúgio e socorro bem presente. SEU amor e misericórdia são o meu sustento de cada dia, e SUA graça tem me bastado. Este trabalho foi desenvolvido e concluído sob SUA direção.

Esta tese e as vitórias que tenho conseguido em minha vida são também frutos de todo esforço e amor de meus pais Rildo e Giselda, que sempre me apoiaram e me incentivaram a não cessar de estudar, e a eles dedico esta tese.

Agradeço também à minha esposa Julliana que tem sido uma companheira fiel e meu braço forte desde nossa união, onde a cada vitória tem comemorado comigo e a cada obstáculo tem sido meu incentivo para superá-los. A cada dia minha alegria e gratidão a DEUS têm crescido por tê-la ao meu lado.

Dedico também este trabalho ao meu filho Pedro, presente que DEUS me deu e que se tornou um incentivador, mesmo diante da pouquíssima idade, do meu trabalho e com isso me deu uma energia extra para alcançar meus objetivos de vida.

Meus irmãos Ildo e Isis também foram influenciadores nesta conquista, dando-me apoio e incentivando-me em tudo que tenho feito. A eles desejo o sucesso que tenho obtido até então.

Meus avós Cecília e Constantino, não estando ele mais entre nós, também são especiais em minha vida e têm grande parcela neste trabalho concluído. Pensar neles me faz ter forças para dar-lhes orgulho de minha vida. Dedico este trabalho à todos meus tios e tias, primos e primas.

Agradeço também, pelo amor e orações de minha sogra Ana Maria, e minha cunhada Luciana, bem como agradeço pelo incentivo por parte de meus cunhados Fabiana e Artur, meu sogro Artur e a Ewerton. Dedico também este trabalho a meu sobrinho Daniel.

Esta tese foi realizada graças também ao apoio da minha família estendida aqui em Recife, sendo eles meus irmãos em Cristo da Igreja Evangélica Batista da Várzea, com quem tenho me alegrado e aprendido de DEUS. Em especial agradeço a Julia, Junior, Irmã Sueli,

Cida, Márcia, Ingrid, Ana Julhia, Mércia, Arnaldo, Rebeca, Pr. Deusarte, Irmã Ivonete, Pr. Pedro Serafin e Irmã Amélia, Hélio, Josadaque, Severino, Sebastião, entre tantos outros.

Ainda como família estendida aqui em Recife, destaco meus vizinhos do edifício Nadir, que têm sido pais, mães, irmãos e amigos e têm estado presentes na minha vida e na vida de minha esposa e filho. Agradeço a Fátima, Roberto (pai), Roberto, Bebeto e sua família, Thais, Rosa, Pedro, Thiago, Rodrigo, Ana, Aída e Pedro, Nô, Anderson e tantos outros.

Este trabalho não poderia ser realizado sem a instrução, compreensão e amizade do professor e orientador Leonardo Guimarães com quem tenho orgulho de trabalhar e que tem sido instrumento de Deus na minha vida e de minha esposa e filho. Estendo estes agradecimentos ao professor Ivaldo Pontes e à Lícia Mouta, que têm participado de minha vida profissional e me apoiado constantemente.

Fico grato aos professores Lavínia e Roberto Azevedo pela disposição em participar de banca de avaliação desta tese de doutorado, bem como agradeço ao professor Márcio Murad que tem sido um parceiro do LMCG e que tem contribuído no desenvolvimento de nossos trabalhos. Um agradecimento especial aos colegas da PETROBRÁS Leonardo Cabral e Flávia Falcão, pelo apoio ao meu trabalho e confiança em nosso grupo de pesquisa.

Agradeço também aos professores Ézio e Bernardo Horowitz, pessoas com quem tenho convivido e aprendido bastante, os quais são dignos de muito respeito e admiração. À professora Viviane da Universidade Federal de Alagoas, dedico este trabalho pela sua disponibilidade e atenção à minha pessoa, apesar de tão recente e curta convivência.

Não poderia me esquecer de agradecer ao meu amigo e irmão Antônio Sobrinho Junior e aos meus amigos de trabalho, com os quais tenho convivido nestes últimos anos. Obrigado Marcos George pelos conselhos cheios de experiência e amizade, agradeço também à Luciano e Roubier pela amizade de longa data e pelos bons momentos juntos, à João Barbosa grande amigo com quem tenho convivido, à Nayra e Débora pelas pessoas especiais que tem sido em minha vida, à Vinícius pelas conversas e boas risadas, à Ramon que tem sido um parâmetro a ser alcançado por mim devido ao seu testemunho de vida e de cristão, à Leila, Liliane e Marcela, novas amigas adquiridas neste último ano, à Rose que tem sido uma pessoa usada por DEUS para abençoar a minha vida e a da minha esposa, e a Darlan, Rogério, Inaldo, Ricardo, Eduarda, Eduardo, Jean, Ana Claudia, Thiago, Alessandra, Suyane, entre tantas outros com quem tenho convivido. Obrigado também à Vânia, Sr. Severino, Brito e Chico pelas pessoas de bem que são e pelos momentos juntos.

O presente trabalho foi desenvolvido com recursos fornecidos pelo CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – Brasil).



## Resumo

*A injeção e extração de fluidos de um reservatório de petróleo causam variações de pressões, temperatura e saturações, que podem afetar o estado de tensões, levando a deformações na rocha reservatório e modificando sua porosidade e permeabilidade, bem como afeta as rochas vizinhas. Trata-se, portanto, de um problema acoplado onde o fluxo de fluidos no reservatório e o comportamento geomecânico da rocha se influenciam mutuamente. Isto pode levar a ocorrência de problemas como compactação e subsidência, fraturamento hidráulico e reativação de falhas. Consiste em um problema acoplado hidromecânico que pode ser representado por um sistema não-linear de equações diferenciais parciais a ser resolvido por esquemas de solução numérica considerando diferentes níveis de acoplamento. Nesta tese, foi implementada uma formulação de fluxo bifásico (água-óleo) do tipo pressão-saturação, cujas variáveis primárias são a saturação de água e a pressão de óleo, usando a estrutura do programa em elementos finitos CODE\_BRIGHT (Coupled Deformation Brine Gas and Heat Transport) acoplada ao problema geomecânico. Foi necessário empregar uma técnica de estabilização numérica do tipo upwind para o problema de fluxo, onde o tratamento numérico foi feito com relação ao termo de mobilidade dos fluidos. O programa adota o Método dos Elementos Finitos com Volume de Controle (CVFEM) e foi concebido para simular fluxo de fluidos em reservatórios de petróleo sensíveis ao estado de tensões. Neste, as equações do problema de fluxo bifásico são resolvidas em conjunto com a equação de equilíbrio de tensões, que caracteriza o problema geomecânico. O tipo de acoplamento numérico é o seqüencial implícito onde o problema geomecânico é resolvido seqüencialmente ao problema de fluxo, onde as incógnitas são atualizadas simultaneamente em ambos os problemas, a cada interação de Newton-Rapshon. O programa foi validado quanto à formulação pressão-saturação, adotando a estabilização numérica, em um problema de fluxo bifásico tipo Buckley-Leveret, como também foi verificado, com relação a soluções analíticas e resultados numéricos, o acoplamento hidro-geomecânico. Por fim o programa foi aplicado a casos de grande ocorrência na engenharia de reservatórios de petróleo, tais como os problemas de compactação, subsidência e reativação de falhas selantes.*

Palavras-Chave: Acoplamento Hidro-Mecânico, Geomecânica, Fluxo Bifásico, Elementos Finitos.

## **Abstract**

*Fluid production and injection in a petroleum reservoir induce changes in pressure, temperature and saturations, that can affect the stress state causing reservoir rock strain and changing porosity and permeability. It is a coupled problem where the fluid flow in reservoir and the geomechanical behavior influence each other mutually. This can cause problems as compaction and subsidence, hydraulic fracturing and fault reactivation. It consists in a coupled hydro-mechanical problem, represented by a system of non-linear partial differential equations that is solved by schemes of numerical solution considering different coupling levels. In this thesis it was implemented a pressure-saturation two-phase (water and oil) flow formulation using the structure of the finite element program CODE\_BRIGTH (Coupled Deformation Brine Gas and Heat Transport) coupled to geomechanical problem, where the unknowns are water saturation, oil pressure and displacements. In this formulation it was used a numerical stabilization technique for the fluid flow problem, where the mobility of each phase is modified. The program use the Control Volume Finite Element Method (CVFEM) and in this work was developed to simulate two-phase flow in petroleum reservoirs sensible to stress state. The equations of the hydraulic problem are solved simultaneously with the stress equilibrium equation, which represents the geomechanical problem. It is adopted the sequential implicit coupling strategy where the geomechanical and fluid flow problems are solved sequentially and the unknowns are updated simultaneously for both problems in each Newton-Raphson interaction. The pressure-saturation formulation was validated, using the numerical stabilization, through a Buckley-Leveret problem and the hydro-mechanical coupling was verified with relation to analytical and numerical solutions. Finally, the program was applied to problems of great occurrence in reservoir petroleum engineering as compaction, subsidence and sealing fault reactivation phenomena.*

**Keywords:** Hydro-mechanical coupling, Geomechanics, Two-phase flow, Finite Elements.

## Lista de Figuras

Figura 1 – Meio poroso saturado: representação de volume de controle de um reservatório de petróleo.	03
Figura 2 – Exemplos de armadilhas de petróleo: (a) Anticlinal; (b) Falha Geológica; (c) Domo salino (Lyons, 1996).	04
Figura 3 – Diagrama de Fases: (a) Reservatório na condição saturada; (b) Reservatório na condição sub-saturada (Lyons, 1996).	06
Figura 4 – Perfil de produção de campos de petróleo.	08
Figura 5 – Esquema representativo dos fenômenos de compactação e subsidência (Pereira, 2007).	14
Figura 6 – Exemplo de falha.	17
Figura 7 – Esquema representativo do comportamento do perfeitamente dúctil ao perfeitamente frágil (Borges, 2002).	17
Figura 8 – Definição de rejeito total e bruto e componentes (Borges, 2002).	18
Figura 9 – Esquema representativo dos tipos de falha quanto à tensão principal vertical: (a) Falha Normal; (b) Falha Inversa; (c) Falha Transcorrente.	19
Figura 10 – Exemplo de seção sísmica: (a) sísmica exibindo a estruturação predominante no Campo de Xaréu, caracterizado pelo arranjo de falhas normais (Antunes <i>et al</i> , 2003 ); (b) parte da seção sísmica da região de Icapuí-Ponta grossa (CE), Bacia Potiguar, ilustrando falhas com componente de rejeito direcional (Sousa <i>et al</i> , 2008).	20
Figura 11 – Meio Poroso Saturado com Água e Óleo (Juanes & Patzek, 2002).	29
Figura 12 – Variação da porosidade em dimensões de escalas.	30
Figura 13 – Capilaridade em meio poroso saturado por dois fluidos imiscíveis: (a) Tubo Capilar; (b) Elemento de reservatório de petróleo saturado por água e óleo.	32
Figura 14 – Propriedades geométricas da capilaridade: (a) Tubo capilar; (b) Raio de curvatura principal (Bastian, 1999).	32
Figura 15 – Ciclos de Secagem e Umedecimento: (a) Secagem; (b) Umedecimento.	33
Figura 16 – Ciclos de Secagem e Umedecimento: (a) Secagem; (b) Umedecimento.	34
Figura 17 – Modelos de Brooks-Corey e Van-Genuchten para determinação da pressão capilar em termos da saturação através de diferentes parâmetros.	36
Figura 18 – Modelos de Brooks-Corey e Van-Genuchten para determinação da permeabilidade relativa em termos da saturação através de diferentes parâmetros.	38
Figura 19 – Estado inicial de tensões no modelo CamClay Modificado: (a) Superfície de Fluência; (b) Curva de Carga-Descarga do ensaio edométrico.	48
Figura 20 – Compressão elástica no modelo CamClay Modificado: (a) Superfície de Fluência; (b) Curva de Carga-Descarga do ensaio edométrico.	51
Figura 21 – Compressão elástica no modelo CamClay Modificado: (a) Superfície de Fluência; (b) Curva de Carga-Descarga do ensaio edométrico.	52
Figura 22 – Superfície de Fluência de Mohr Coulomb: (a) representação no espaço das tensões principais; (b) plano octaédrico e direção de deformação plástica.	54

Figura 23 - Aproximação Hiperbólica da Função da Superfície de Morh Coulomb.	55
Figura 24 – Representação do Potencial Plástico e dos Vetores de Deformação Plástica (Sousa, 2004).	57
Figura 25 – Vetor de Deformações Plásticas e suas componentes.	58
Figura 26 – Interpretação física da dilatância (analogia com ensaio de cisalhamento direto).	58
Figura 27 – Lei de Endurecimento e Amolecimento: (a) relação $c' - E_d^p$ ; (b) relação $\phi' - E_d^p$ .	59
Figura 28 – Esquema representativo do acoplamento físico hidro-geomecânico.	61
Figura 29 – Lei exponencial de variação da permeabilidade intrínseca com a deformação plástica cisalhante.	63
Figura 30 – Volume de controle (região hachurada): forma adotada pelo programa CODE_BRIGHT.	69
Figura 31 – Esquema de upwind para elementos 1D, 2D e 3D: técnica de <i>upwind CB</i> .	80
Figura 32 – Comparação entre as formulações apresentadas por Helmig (1997) e adotada no CODE_BRIGHT.	82
Figura 33 – Solução do problema de Buckley-Leverett: comparação entre soluções (T=2.000 dias).	85
Figura 34 – Solução do problema de Buckley-Leverett: avanço da frente de saturação (CODE_BRIGHT – pressão-saturação com <i>upwind CB</i> ).	86
Figura 35 – Solução do problema de Buckley-Leverett: comparação entre soluções do programa CODE_BRIGHT considerando e não considerando técnica de <i>upwind CB</i> (T=2000 dias).	87
Figura 36 – Influência da Pressão Capilar (difusão) no comportamento da frente de saturação.	88
Figura 37 – Malha de Elementos Finitos.	89
Figura 38 – Influência da Pressão Capilar PC (difusão) na saturação de água: (a) PC=10% (2 anos); (b) PC=10% (10 anos); (c) PC= 50% (2 anos); (d) PC=50% (10 anos).	90
Figura 39– Perfis de Saturação: influência da Pressão Capilar (difusão)	91
Figura 40 – Frentes de saturação para fluxo bifásico imiscível em ¼ de 5-spot homogêneo (Karlsen <i>et al.</i> , 1999): (a) Perfil de saturação para método mais difusivo (“ <i>Five-point scheme</i> ”); (b) Perfil de saturação para método menos difusivo (“ <i>Nine-point scheme</i> ”).	92
Figura 41 – Influência da Pressão Capilar (difusão) na saturação de óleo: (a) PC=10% (2 anos); (b) PC=10% (10 anos); (c) PC=50% (2 anos); (d) PC=50% (10 anos).	92
Figura 42 – Influência da Pressão Capilar (difusão) nas pressões de fluido para T=10anos: (a) Pressão de água Pw para PC=10%; (b) Pressão de óleo Po para PC=10%.	93
Figura 43 – Influência da Pressão Capilar (difusão) na produção de fluidos: (a) Produção acumulada de água e óleo; (b) Vazão de produção.	94
Figura 44 – Resultados para programa sem utilizar técnica de <i>upwind CB</i> : (a) Saturação de água para PC= 10%; (b) Saturação de óleo para PC=10%; (c) Saturação de água para PC=50%; (d) Saturação de óleo para PC=50%.	95
Figura 45 – Esquema de acoplamento numérico forte adotado no programa CODE_BRIGHT (Guimarães, 2002).	101
Figura 46 – Geometria e Condições de Contorno para problema de adensamento 1D.	102

Figura 47 – Esquema da analogia hidromecânica: (a) Modelo real; (b) Modelo físico;	103
(c) Carregamento sem drenagem ( $t=0$ ); (d) Configuração com drenagem ( $t>0$ );	
(e) Situação final de equilíbrio (FAUERJ, 2008).	
Figura 48 – Memória de cálculo de parâmetros para solução analítica de adensamento unidimensional.	105
Figura 49 – Solução analítica de adensamento: tempos $t=0,001s$ , $t=10s$ , $t=100s$ e $t=1000s$ .	106
Figura 50 – Validação de programa CODE_BRIGTH formulação pressão-saturação com acoplamento	107
seqüencial implícito: resultados para tempos $t=0,001s$ , $t=10s$ , $t=100s$ e $t=1000s$ .	
Figura 51 – Esquema de ensaio de laboratório de amostra de rocha saturada de óleo:	109
cilindro sem movimento lateral (Mainguy e Longuemare, 2002).	
Figura 52 – Produção de fluidos: (a) comparação de produção de óleo para diferentes modelos;	110
(b) produção de água e óleo para programa CODE_BRIGTH.	
Figura 53 – Resultados obtidos para o tempo $t=30$ minutos:	112
(a) comparação dos perfis de saturação de água para diferentes modelos;	
(b) comparação da distribuição de pressão ao longo do cilindro para diferentes modelos.	
Figura 54. Problema físico: reservatório unidimensional.	114
Figura 55. Curvas de Permeabilidade Relativa-Saturação de Água.	115
Figura 56. Produção acumulada de fluidos: efeito do acoplamento geomecânico.	116
Figura 57. Variação da pressão ao longo do reservatório: efeito do acoplamento geomecânico.	117
Figura 58. Evolução da plastificação no reservatório: efeito do acoplamento geomecânico.	118
Figura 59. Variação da permeabilidade com a pressão: efeito do acoplamento geomecânico.	119
Figura 60. $\frac{1}{4}$ de reservatório tridimensional: (a) Perfil vertical do reservatório;	120
(b) Geometria e malha de elementos finitos.	
Figura 61. Condições de contorno: (a) Vista lateral; (b) Vista superior.	121
Figura 62. Curvas de produção de água e óleo para diferentes valores de viscosidade:	122
análise de problema com modelo de plasticidade de Camclay.	
Figura 63. Curvas de produção de água e óleo para diferentes considerações de reservatório:	122
rígido (sem acoplamento geomecânico), elástico e plástico (Camclay Modificado).	
Figura 64. Variação da porosidade com o tempo no poço produtor e extremidade do reservatório.	123
Figura 65. Variação da permeabilidade com o tempo no poço produtor e extremidade do reservatório.	123
Figura 66. Variação da pressão com o tempo no poço produtor e extremidade do reservatório.	124
Figura 67. Variação da pressão com a profundidade para diferentes tempos (Camclay Modificado).	125
Figura 68. Perfil de deslocamentos verticais para os tempos 0,10, 10 e 1160 dias (Camclay).	126
Figura 69. Perfil de deslocamentos verticais: comparação entre análises elástica e plástica.	126
Figura 70. Perfil de deslocamentos verticais ao longo da extensão do reservatório.	127
Figura 71. Deslocamentos verticais: (a) reservatório elástico;	127
(b) reservatório com plasticidade (Camclay Modificado).	

Figura 72. Evolução da tensão de pré-adensamento: plastificação do reservatório.	128
Figura 73. Distribuição da porosidade (Camclay Modificado).	128
Figura 74. Condições de contorno: influência do aquífero.	129
Figura 75. Curvas de produção de água e óleo para diferentes considerações de reservatório com aquífero: rígido (sem acoplamento geomecânico), elástico e plástico (Camclay Modificado).	130
Figura 76. Variação da porosidade com o tempo no poço produtor e extremidade do reservatório.	130
Figura 77. Variação da permeabilidade com o tempo no poço produtor e extremidade do reservatório.	131
Figura 78. Variação da pressão com o tempo no poço produtor e extremidade do reservatório.	131
Figura 79- Esquema do campo considerando reservatório e rochas adjacentes (Samier <i>et al</i> , 2003).	132
Figura 80 – Geometria do problema, malha de elementos finitos e condições de contorno.	133
Figura 81 – Distribuição de pressões: (a) inicialmente geostático; (b) após abertura do poço.	133
Figura 82 – Resposta mecânica das rochas: compactação e subsidência.	134
Figura 83 - Problema Físico: falha selante cortando campo de petróleo.	135
Figura 84- Malha de Elementos Finitos.	136
Figura 85- Condições Iniciais e de Contorno.	136
Figura 86- Descrição dos tipos de análises.	138
Figura 87- Resultados de Reativação de Falha para elemento 1040:	140
(a) Evolução da deformação plástica cisalhante com a pressão;	
(b) Variação da permeabilidade da falha (reativação) com a pressão.	
Figura 88- Resultados de Reativação de Falha para elemento 1021: (a) Evolução da deformação plástica cisalhante com a pressão; (b) Variação da permeabilidade da falha (reativação) com a pressão.	141
Figura 89- Verificação da influência da quantidade de incrementos no problema de reativação de falhas: permeabilidade e deformação plástica x pressão.	142
Figura 90- Evolução da Reativação de Falha para 10100 incrementos: (a) Evolução da deformação plástica cisalhante; (b) Variação da permeabilidade da falha (reativação).	142
Figura 91 - Resultados de Reativação de Falha: (a) Evolução da deformação plástica cisalhante; (b) Variação da permeabilidade da falha (reativação).	143
Figura 92 - Deformação do campo devido ao processo de injeção/produção: (a) compactação; (b) subsidência.	144
Figura 93 – Vetores de deslocamento.	144
Figura 94 – Vetores de fluxo: (a) antes da reativação; (b) após a reativação; (c) fluxo na falha.	145
Figura 95 – Deformação plástica cisalhante: falha deformada.	146
Figura 96 – Permeabilidade Intrínseca.	146
Figura 97 – Saturação de Água.	147

Figura 98 – Vetores de Fluxo de Água: (a) Fluxo de água de injeção; (b) Fluxo de água na direção do poço produtor.	148
Figura 99 – Saturação de Óleo.	149
Figura 100 – Vetores de Fluxo de Óleo: (a) Fluxo em todo campo; (b) Vetores de fluxo na região falha/reservatório.	149
Figura 101 - Deformação do campo devido ao processo de injeção/produção: (a) compactação; (b) subsidência.	150
Figura 102 – Vetores de Deslocamento.	151
Figura 103 – Geometria do Problema.	152
Figura 104 – Condições de Contorno.	152
Figura 105 – Malha de Elementos Finitos.	153
Figura 106 – Deformação Plástica Cisalhante: (a) Falha 01; (b) Falha 02.	154
Figura 107 – Permeabilidade Intrínseca: (a) Falha 01; (b) Falha 02.	155
Figura 108 – Pressão de Fluido.	156
Figura 109 – Vetores de Fluxo de Fluido na Falha 01: (a) Fluxo ao longo da falha com exsudação na superfície do fundo do mar; (b) Detalhe do fluxo no sentido do reservatório à falha.	157
Figura 110 – Vetores de Fluxo de Fluido na Falha 02.	157
Figura 111 – Elementos de análise da Falha 01: (a) Elementos do topo da falha; (b) Elementos da falha na região do reservatório.	158
Figura 112 – Análise da Falha 01: (a) Trajetórias de Tensões; (b) Plastificação dos Elementos.	159
Figura 113 – Elementos de Análise da Falha 02.	160
Figura 114 – Análise da Falha 02: (a) Trajetórias de Tensões; (b) Plastificação dos Elementos.	161
Figura 115 – Deslocamentos Verticais: (a) Campo de deslocamentos; (b) Vetores de deslocamentos na Falha 01; Vetores de deslocamentos na Falha 02.	162
Figura 116 – Deslocamentos verticais: (a) Subsidência da superfície do campo; (b) Compactação do reservatório com poço injetor.	163
Figura 117 – Geometria do Problema.	164
Figura 118 – Malha de Elementos Finitos: (a) problema bidimensional; (b) problema tridimensional.	165
Figura 119 – Condições de Contorno.	165
Figura 120 – Deformação Plástica Cisalhante: (a) Análise tridimensional; (b) Análise Bidimensional.	166
Figura 121 – Comparação da evolução da deformação plástica cisalhante com o tempo: (a) Elementos a esquerda da falha; (b) Elementos a direita da falha.	167
Figura 122 – Permeabilidade Intrínseca: (a) Análise tridimensional; (b) Análise Bidimensional.	168
Figura 123 – Comparação da evolução da permeabilidade com o tempo: (a) Elementos a esquerda da falha; (b) Elementos a direita da falha.	169

Figura 124 – Permeabilidade Intrínseca: (a) Análise tridimensional; (b) Análise Bidimensional.	170
Figura 125 – Vetores de Fluxo: (a) Análise tridimensional; (b) Análise Bidimensional.	171
Figura 126 – Deslocamento Vertical: (a) Análise tridimensional; (b) Análise Bidimensional.	172
Figura 127 – Tensão de Cisalhamento: (a) Análise tridimensional; (b) Análise Bidimensional.	173
Figura AI – Representação quantitativa dos erros para derivação numérica com aproximação de primeira ordem via diferenças finitas para frente.	193



## **Lista de Tabelas**

Tabela 1 – Descrição de relações complementares para formulação de fluxo bifásico.	42
Tabela 2 – Propriedades para cálculo da densidade das fases.	84
Tabela 3 – Condições Iniciais e de Contorno.	85
Tabela 4 – Propriedades Mecânicas e Hidráulicas.	110
Tabela 5. Propriedades Mecânicas do Reservatório	113
Tabela 6. Valores finais de produção acumulada.	117
Tabela 7. Propriedades Mecânicas do Reservatório	120
Tabela 8. Propriedades Mecânicas.	137
Tabela 9. Propriedades Mecânicas.	153

## Lista de Símbolos

<i>Símbolos</i>	<i>Definição e Dimensão</i>
$A$	Parâmetro plástico escalar [-]
$a_{Sw}, a_{po}, a_u$	Termos de fluxo do resíduo quanto à saturação de água, pressão de óleo e deslocamentos, respectivamente [-]
$\mathbf{b}$	Vetor de forças de corpo [KN]
$b$	Parâmetro de ajuste da curva experimental permeabilidade-porosidade do material [-]
$b_{Sw}, b_{po}, b_u$	Termos de fonte/sumidouro e condições de contorno do resíduo quanto à saturação de água, pressão de óleo e deslocamentos, respectivamente [-]
$c$	Coesão do material [MPa]
$c'$	Coesão efetiva do material [MPa]
$d$	Distância do vértice da superfície de fluência de Mohr Coulomb à origem do espaço de tensões [MPa]
$\dot{d}_{Sw}, \dot{d}_{po}, \dot{d}_u$	Termos de acumulação do resíduo quanto à saturação de água, pressão de óleo e deslocamentos, respectivamente [-]
$dp_0^*$	Incremento da Tensão de Pré-adensamento [MPa]
$d\varepsilon_v^p$	Incremento da deformação plástica volumétrica [-]
$\mathbf{D}_{em}$	Matriz Global de Rigidez do material [-]
$\mathbf{D}_e$	Tensor constitutivo elástico do material [-]
$\mathbf{D}_{ep}$	Tensor constitutivo elastoplástico do material [-]
$D_P(\dot{\varepsilon}^p, \dot{\mathbf{q}})$	Dissipação máxima do processo elastoplástico [-]
$D_{vp}(\dot{\varepsilon}^{vp}, \dot{\mathbf{q}})$	Dissipação viscoplástica [-]

$\mathbf{e}$	Parte desviadora do tensor de deformações [-]
$e$	Índice de Vazios [-]
$E$	Módulo de elasticidade [MPa]
$E_d^p$	Deformações plásticas desviadoras acumuladas [-]
$f_w$	Fluxo fracionário da água [-]
$f_\alpha$	Termo de fonte/sumidouro da fase $\alpha$ [m <sup>3</sup> /s]
$\mathbf{F}_{ext}$	Vetor Global de forças aplicadas ao corpo [KN]
$F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})$	Função de fluência [-]
$\mathbf{g}$	Vetor de gravidade [m/s <sup>2</sup> ]
$\mathbf{h}$	forças de superfície na fronteira $\Gamma_h$ [KN]
$\mathbf{I}$	Matriz Identidade [-]
$J$ ou $q$	Tensão Desviadora [MPa]
$\bar{j}_\alpha$	Condição de contorno de vazão imposta na fronteira [kg/s]
$j_\alpha^0$	Termo de fluxo volumétrico prescrito [kg/s]
$\mathbf{J}_{THM}$ e $\mathbf{J}_{CHE}$	termos Jacobianos do problema mecânico e hidráulico, respectivamente [-]
$\mathbf{k}$	Tensor de Permeabilidade Intrínseca da Rocha [m <sup>2</sup> ]
$k_{r\alpha}$	Permeabilidade Relativa da Fase $\alpha$ [-]
$\mathbf{K}_f$	Tensor de Condutividade Hidráulica [m/s]
$\mathbf{k}_{efetiva}$	Tensor de Permeabilidade Efetiva [m <sup>2</sup> ]
$k_{rw}$ e $k_{ro}$	Permeabilidades relativas das fases água e óleo, respectivamente [-]
$K$	Módulo elástico volumétrico [MPa]
$k_x$	Permeabilidade intrínseca horizontal da rocha [m <sup>2</sup> ]
$k_y$	Permeabilidade intrínseca vertical da rocha [m <sup>2</sup> ]

$\mathbf{k}_i$	Tensor de Permeabilidade Intrínseca Inicial da rocha [m <sup>2</sup> ]
$m$	Parâmetro de Van-Genutchen [ - ]
$\mathbf{m}^T$	Vetor auxiliar [-]
$\mathbf{m}$	Parâmetros plásticos do material [-]
$M$	Inclinação da Linha de Estados Críticos (LEC) [-]
$M_{ij}$	Matriz de massa [-]
$M_{ij}^{lump}$	Matriz de massa diagonalizada [-]
$n$	Parâmetro de Van-Genutchen [ - ]
$\mathbf{n}$	Vetor normal à fronteira $\Gamma_h$ [-]
$\mathbf{n}_G$	Vetor normal à superfície de potencial plástico $G$ [-]
$N$	parâmetro indicador da sensibilidade do material à dependência de taxas [-]
$N_i$	Funções de Forma [-]
$p$	Tensão Média [MPa]
$P_b$	Pressão de ponto de bolha [MPa]
$p_c$	Pressão Capilar [MPa]
$p_{cmax}$	Pressão Capilar máxima [MPa]
$P_d$	Pressão de Entrada da fase não-molhante [MPa]
$\tilde{p}_o$	Pressão de óleo aproximada [MPa]
$\hat{p}_{o,i}$	Pressão de óleo aproximada para o nó $i$ [MPa]
$p_{o0}$	Pressão de óleo inicial [MPa]
$p_{res}$	Pressão do reservatório [MPa]
$p_s$	Poropressão [MPa]

$p_w$ e $p_o$	Pressão de água e óleo, respectivamente [MPa]
$p_y$	Tensão média para o estado de tensões atual [MPa]
$p_0^*$	Tensão de Pré-Adensamento [MPa]
$p_\alpha$	Pressão da fase $\alpha$ [MPa]
$p_\alpha^0$	Pressão prescrita da fase $\alpha$ [MPa]
$p_{\alpha 0}$	Pressão de referência da fase $\alpha$ [MPa]
$P$	Espaço das tensões plásticamente admissíveis [-]
$P_c$	Abreviatura de Pressão Capilar
$P(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{m})$	Função de Potencial Plástico [-]
$\dot{\mathbf{q}}$	Parâmetros de estado plástico do material [-]
$\mathbf{q}_w$ e $\mathbf{q}_o$	Vetores de fluxo de água e óleo [m/s]
$\mathbf{q}_\alpha$	Vetor de velocidade de fluxo da fase $\alpha$ [m/s]
$Q$	Vazão de produção total [m <sup>3</sup> ]
$Q_o$	Vazão de óleo [m <sup>3</sup> ]
$Q_w$	Vazão de água [m <sup>3</sup> ]
$r_1$ e $r_2$	Raios principais de curvatura do menisco capilar [m]
$r_{Sw}$ , $r_{po}$ , $r_u$	Resíduos quanto à saturação de água, pressão de óleo e deslocamentos, respectivamente [-]
$\mathbf{r}(\mathbf{X})$	Resíduo do método de Newton-Raphson [-]
$R$	Diâmetro do tubo capilar (vazio de meio poroso) [m]
$\mathbf{R}_{THM}$ e $\mathbf{R}_{CHE}$	Resíduos do problema mecânico e hidráulico, respectivamente [-]
$\mathbf{S}$ e $\mathbf{S}^T$	Operadores diferenciais aplicados à notação vetorial das tensões [-]
$S_e$	Saturação efetiva [%]

$S_g$	Saturação de gás [%]
$\mathbf{S}_{ij}$	Elementos da Matriz tangente [-]
$S_o$	Saturação de óleo [%]
$S_{or}$	Saturação residual de óleo [%]
$S_w$	Saturação de água [%]
$\tilde{S}_w$	Saturação de água aproximada [%]
$S_{wr}$	Saturação residual de água [%]
$S_{w0}$	Saturação de água inicial [%]
$\hat{S}_{w,i}$	Saturação de água aproximada para o nó $i$ [%]
$S_\alpha$	Saturação da fase $\alpha$ [%]
$t$	Tempo [s]
$\mathbf{t}$	Vetor de forças de superfície (condição de contorno) [KN]
$t^{k+\varepsilon}$ e $t^{k+\theta}$	Tempos intermediários entre $t^k$ e $t^{k+1}$ no esquema implícito [s]
$t^k$ e $t^{k+1}$	Intervalo de tempo para esquema de integração implícito [s]
$\mathbf{u}$	Vetor de deslocamento nodal [m]
$\tilde{\mathbf{u}}$	Vetor de deslocamentos aproximado [m]
$\hat{\mathbf{u}}_i$	Vetor de deslocamentos aproximado no nó $i$ [m]
$\dot{\mathbf{u}}$	Vetor de velocidade de deslocamento da fase sólida [m/s]
$\bar{\mathbf{u}}$	Deslocamento prescrito na fronteira $\Gamma_u$ [m]
$\dot{\mathbf{U}}$	Vetor Global de deslocamentos [m]
$\mathbf{U}_{new}$ e $\mathbf{U}_{old}$	Vetores de incógnitas do problema mecânico para o final e início do incremento de tempo, respectivamente [-]
$V_{i,e}$	Volume da porção do volume de controle de cada elemento finito [m <sup>3</sup> ]

$V_e$	Volume do elemento finito [m <sup>3</sup> ]
$V_\alpha$	Volume da Fase $\alpha$ [m <sup>3</sup> ]
$V_p$	Volume de poros [m <sup>3</sup> ]
$V_t$	Volume Total [m <sup>3</sup> ]
$\mathbf{v}_{nod}$	Vetores nodais [-]
$W_i$ e $\bar{W}_i$	Funções de Ponderação [-]
$W_\alpha$	Peso nodal da fase $\alpha$ [-]
$W_w$ e $W_o$	Pesos nodais das fases água e óleo, respectivamente [-]
$x$	Posição espacial [m]
$x_i$	Coordenada do nó $i$ [m]
$\mathbf{X}$	Vetor de incógnitas do método de Newton-Raphson [-]
$X_m$	Coordenadas do centro de gravidade do elemento finito [m]
$\mathbf{X}_{new}$ e $\mathbf{X}_{old}$	Vetores de incógnitas do problema hidráulico para o final e início do incremento de tempo, respectivamente [-]
$\alpha$	Parâmetro de Van-Genuchten [MPa <sup>-1</sup> ]
$\alpha$ ou $\nu$	Ângulo de dilatância do material [°]
$\beta_\alpha$	Compressibilidade da fase $\alpha$ [MPa <sup>-1</sup> ]
$\gamma$ e $\varepsilon$	Parâmetros de Van-Genuchten que descrevem a conectividade dos poros [-]
$\gamma_{\alpha,ij}$	Termo de transmissibilidade da fase $\alpha$ [m <sup>2</sup> ]
$\gamma$	Coefficiente de penalização de condição de vazão prescrita na condição de contorno mista [-]
$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker [-]
$\dot{\varepsilon}_v^p$	Taxa de deformação plástica volumétrica [-]

$\dot{\varepsilon}_d^p$	Taxa de deformação plástica desviadora [-]
$\varepsilon$	Tensor de deformações infinitesimais [-]
$\varepsilon_v$	Deformação volumétrica [-]
$\dot{\varepsilon}^p$	Vetor de taxa de deformação plástica [-]
$\dot{\varepsilon}^e$	Vetor de taxa de deformação elástica [-]
$\dot{\varepsilon}$	Vetor de deformações [-]
$\varepsilon^e$	Deformação elástica [-]
$\varepsilon_v^e$	Deformação volumétrica elástica [-]
$\varepsilon_v^p$	Deformação volumétrica plástica [-]
$\varepsilon^p$	Deformação Plástica [-]
$\eta$	Parâmetro de regularização viscosa de Perzyna [-]
$\theta$	Ângulo de contato específico entre superfície sólida e fluido [°]
$\theta$	Ângulo de Lode [°]
$\kappa$	Parâmetros plásticos do material [-]
$\kappa$	Inclinação da Linha de Descompressão (LD) [-]
$\lambda_\alpha$	Mobilidade da fase $\alpha$ [MPa.s <sup>-1</sup> ]
$\lambda_{BC}$	Parâmetro de Brooks-Corey [-]
$\lambda$	Inclinação da linha de adensamento isotrópico (LCI) [-]
$\lambda_o$	Mobilidade do óleo [MPa.s <sup>-1</sup> ]
$\lambda_w$	Mobilidade da água [MPa.s <sup>-1</sup> ]
$\lambda_{upw,e}^\alpha$	Mobilidade no elemento $e$ estabilizada pela técnica de <i>upwind</i> para a fase $\alpha$ [MPa.s <sup>-1</sup> ]
$\lambda$ e $\mu$	Constantes de Lamé [-]



$\lambda_{vp}$	Multiplicador viscoplástico [-]
$\mu_w$	Viscosidade da água [MPa.s]
$\mu_o$	Viscosidade do óleo [MPa.s]
$\mu_\alpha$	Viscosidade da fase $\alpha$ [MPa.s]
$\nu$	Coefficiente de Poisson [-]
$\rho_\alpha$	Densidade da fase $\alpha$ [kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_w$	Densidade da água [kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_o$	Densidade do óleo [kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_{\alpha 0}$	Densidade inicial da fase $\alpha$ [kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_s$	Densidade da fase sólida [kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma_{sup}$	Tensão Superficial [MPa]
$\sigma_1$	Tensão principal 1 [MPa]
$\sigma_2$	Tensão principal 2 [MPa]
$\sigma_3$	Tensão principal 3 [MPa]
$\sigma$	Tensor de tensões totais [MPa]
$\sigma'$	Tensor de tensões efetivas [MPa]
$\sigma_{yinitial}$	Tensão de escoamento (limite elástico) [MPa]
$\sigma_y$	Tensão de escoamento Limite [MPa]
$\dot{\sigma}$	Vetor de tensões totais [MPa]
$\tau$	Tensão de Cisalhamento [MPa]
$\phi$	Ângulo de atrito do material [°]
$\phi'$	Ângulo de atrito efetivo do material [°]
$\phi^+(F)$	Função de penalização de Perzyna da Função de fluência $F$ [-]

$\psi_{\alpha,j}^{n+1}$	Termo de potencial hidráulico da fase $\alpha$ [-]
$\Gamma$	Fronteira do domínio $\Omega$ [-]
$\Gamma_u$	Contorno do problema de deslocamento [-]
$\Gamma_h$	Contorno do problema de tensões [-]
$\Delta t$	Incremento de tempo [s]
$\Lambda$	Módulo Plástico [-]
$\Phi$	Porosidade [%]
$\Phi_i$	Porosidade Inicial da rocha [%]
$\Omega$	Domínio do elemento [-]
$+\infty$	Limite Infinito positivo [-]
$X^1$	Classe de uma função [-]
$\partial \mathbf{X}$ e $\partial \mathbf{U}$	correções de Newton-Raphson para os problemas de fluxo e mecânico, respectivamente [-]

### Índices

$e$	Elástico
$e_m$	Domínio do elemento da célula
$ep$	Elastoplástico
$G$	Referente à superfície de potencial plástico $G$
$i$	Valor inicial
$i$ e $j$	Nós $i$ e $j$
max	Valor máximo
$n$	Fase não-molhante
$o$	Fase óleo
$p$	Valor de pico

$r$	Valor residual
$v$	Volumétrico
$w$	Fase água ou fase molhante
$\alpha$	Tipo da fase (w:água; o:óleo)
$0$	Valor inicial

### **Expoentes**

$e$	Elástico
$k$	Índice temporal ou passo de tempo
$l$	Índice que indica o número da iteração
$nfases$	Número de fases
$nnel$	Número de nós por elemento
$p$	Plástico
$T$	Transposto da matriz ou vetor
$vp$	Viscoplastico
$'$	Efetivo

# SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1.....</b>	<b>3</b>
<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>3</b>
1.1 OBJETIVOS .....	3
1.2 CONTEXTO E MOTIVAÇÃO .....	6
1.2.1 <i>Engenharia de Reservatórios de Petróleo</i> .....	6
1.2.2 <i>Geomecânica de Reservatórios de Petróleo: compactação e subsidência</i> .....	15
1.2.3 <i>Geomecânica de Falhas Geológicas: problema de reativação de falhas</i> .....	19
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO.....	24
<b>CAPÍTULO 2.....</b>	<b>27</b>
<b>FORMULAÇÃO MATEMÁTICA: ACOPLAMENTO FÍSICO.....</b>	<b>27</b>
2.1 FLUXO BIFÁSICO EM MEIOS POROSOS .....	27
2.1.1 <i>Porosidade, Saturação e Capilaridade</i> .....	29
2.1.2 <i>Permeabilidade da Rocha e Permeabilidade Relativa</i> .....	35
2.1.3 <i>Equações Governantes de Fluxo Bifásico em Meios Porosos</i> .....	38
2.2 FORMULAÇÃO MECÂNICA PARA MEIO POROSO DEFORMÁVEL .....	42
2.2.1 <i>Equação de Equilíbrio de Tensões</i> .....	42
2.2.2 <i>Relação Deformação-Deslocamento</i> .....	43
2.2.3 <i>Relação Constitutiva Tensão-Deformação: Teoria da Plasticidade e Regularização Viscosa (Modelo de Perzyna)</i> .....	44
2.3 MODELOS CONSTITUTIVOS MECÂNICOS.....	47
2.3.1 <i>Modelo Cam-Clay Modificado</i> .....	48
2.3.2 <i>Modelo de Mohr Coulomb</i> .....	53
2.4 ACOPLAMENTO HIDRO-GEOMECÂNICO .....	61
2.4.1 <i>Equação de Acoplamento</i> .....	62
2.4.2 <i>Determinação da Porosidade e da Permeabilidade (Leis de Permeabilidade)</i> .....	63
<b>CAPÍTULO 3.....</b>	<b>66</b>
<b>FORMULAÇÃO EM ELEMENTOS FINITOS.....</b>	<b>66</b>
3.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS COM VOLUME DE CONTROLE (“CVFEM”) .....	69
3.1.1 <i>Tratamento do Termo de Armazenamento</i> .....	72
3.1.2 <i>Tratamento do Termo de Fluxo (Termo Advectivo)</i> .....	73
3.1.3 <i>Tratamento do Termo de Deformação Volumétrica (Termo de Acoplamento)</i> .....	74
3.1.4 <i>Tratamento das Equações de Equilíbrio Mecânico</i> .....	75
3.1.5 <i>Condições de Contorno</i> .....	77
3.2 SOLUÇÃO NUMÉRICA VIA MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON .....	78
3.3 ESTABILIZAÇÃO NUMÉRICA DO PROBLEMA DE FLUXO BIFÁSICO .....	79
3.3.1 <i>Técnica de Upwind CB: proposta para o programa CODE_BRIGTH</i> .....	81

3.3.2 Técnica de “Upwind” de Primeira Ordem: proposta por Helmig (1997) .....	83
3.3.3 Problema de Buckley-Leverett: aplicação e validação da técnica de upwind CB.....	85
3.3.4 Problema de fluxo bifásico em 1/4 de Five-spot: aplicação numérica de técnica de upwind CB e da Pressão Capilar .....	91
<b>CAPÍTULO 4.....</b>	<b>98</b>
<b>ESTRATÉGIAS DE ACOPLAMENTO .....</b>	<b>98</b>
4.1 TIPOS DE ACOPLAMENTO .....	99
4.2 ACOPLAMENTO NUMÉRICO DO PROGRAMA CODE BRIGHT: SEQUENCIAL IMPLÍCITO ..	102
4.2.1 Problema de Adensamento Unidimensional: Problema de Terzagui (fluxo monofásico) .....	104
4.2.2 Simulação hidro-mecânica de ensaio de laboratório em amostra de rocha saturada de óleo. ..	109
<b>CAPÍTULO 5.....</b>	<b>114</b>
<b>ANÁLISES DE PROBLEMAS.....</b>	<b>114</b>
5.1 PROBLEMAS DE COMPACTAÇÃO E SUBSIDÊNCIA.....	114
5.1.1 Compactação em Reservatório Unidimensional .....	115
5.1.2 Estudo de 1/4 de Reservatório Tridimensional: fluxo bifásico com análise geomecânica. ....	120
<u>Análise de caso 1: reservatório sem contribuição de aquífero</u> .....	122
<u>Análise de caso 2: reservatório com contribuição de aquífero</u> .....	130
5.1.3 Simulação de Compactação e Subsidência em Campo com Simetria Axial .....	133
5.2 PROBLEMAS DE REATIVAÇÃO DE FALHAS GEOLÓGICAS SELANTES .....	135
5.2.1 Caso Sintético Bidimensional N° 01: Reservatório cortado por uma falha .....	136
<u>Análise Tipo I: influência da pressurização e da distância do poço de injeção.</u> .....	140
<u>Análise Tipo II: influência da quantidade de incrementos de pressão (time steps).</u> .....	142
<u>Análise Tipo III: problema com injeção/produção de fluido.</u> .....	144
5.2.2 Caso Sintético Bidimensional N° 01 – Fluxo Bifásico (água-óleo).....	146
5.2.3 Caso Sintético Bidimensional N° 02 – Reservatório cortado por duas falhas .....	152
5.2.4 Comparativo entre problemas sintéticos Bi e Tridimensionais – efeito da dimensão espacial no processo de reativação de falhas .....	164
<b>CAPÍTULO 6.....</b>	<b>175</b>
<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>175</b>
<b>CAPÍTULO 7.....</b>	<b>179</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>179</b>
<b>ANEXO A .....</b>	<b>187</b>
<b>I. OBTENÇÃO DA MATRIZ TANGENTE VISCO-ELASTOPLÁSTICA .....</b>	<b>187</b>

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 OBJETIVOS

O objetivo desta Tese de Doutorado foi o desenvolvimento de um simulador de reservatório de petróleo sensível ao estado de tensões, utilizando a estrutura do código de elementos finitos CODE\_BRIGTH, *Coupled Deformation Brine Gas and Heat Transport*, (Olivella, et al., 1995; Guimarães, 2002).

A proposta foi, utilizando a estrutura do programa de elementos finitos CODE\_BRIGTH, implementar a formulação de fluxo bifásico do tipo pressão-saturação, cujas incógnitas são a saturação de água e pressão de óleo, acoplada ao problema geomecânico. Para isso foi necessária a adoção de uma técnica de estabilização numérica tipo *upwind* para o problema de fluxo bifásico.

Esta formulação de fluxo foi implementada de tal forma que serve de base para seu posterior desenvolvimento a um simulador tipo *BlackOil* que é definido por um problema trifásico (água, óleo e gás), sendo as fases óleo e gás miscíveis entre si, muito utilizado na simulação de reservatórios.

Portanto, foi gerado um programa com acoplamento entre seu módulo geomecânico e o seu módulo bifásico (água e óleo) utilizando a estratégia numérica de acoplamento do tipo seqüencial implícito no qual o problema geomecânico é resolvido seqüencialmente ao problema de fluxo, onde a cada interação de Newton-Rapshon as incógnitas são atualizadas simultaneamente em ambos os problemas.

Logo, no acoplamento adotado, o problema geomecânico tem o comportamento tensão-deformação da rocha dependente das tensões atuantes e dos campos de pressões e saturações dos fluidos. Já no problema de fluxo, as permeabilidades e porosidades da rocha são atualizadas em cada intervalo de tempo.

Os campos potenciais de aplicação desta ferramenta são os seguintes:

P1. Compactação do reservatório e subsidência, com consideração da influência dos fluidos dos poros da rocha na componente volumétrica do comportamento constitutivo mecânico. O efeito da compactação é a diminuição de volume da rocha, que reduz sua permeabilidade e porosidade, alterando diretamente no regime de fluxo de fluidos do reservatório;

P2. Reativação e fechamento de falhas e fissuras incluindo alterações nas propriedades do material de preenchimento. Cisalhamento (com dilatância), tração ou compressão desse material poderão causar alterações de porosidade e permeabilidade;

P3. Fraturamento hidráulico e reorientação de fraturas,

P4. Avaliação da variação do campo de tensões sobre propriedades elásticas dos meios. A simulação de reservatório com acoplamento geomecânico permite relacionar de maneira mais realista as propriedades geomecânicas (resistência e rigidez) e hidráulicas da rocha reservatório com os campos de tensão-deformação e pressão-saturação de fluidos resultantes das condições de contorno impostas;

P5. Fluxo em reservatórios fraturados (com diferentes níveis de porosidade) com acoplamento geomecânico.

Entre estes campos potenciais de aplicação, foram selecionados neste trabalho os campos P1 e P2, que consistem em aplicações reais que ocorrem com frequência em reservatórios brasileiros e do mundo todo.

Com respeito ao simulador em elementos finitos CODE\_BRIGHT, em seu módulo geomecânico encontram-se implementados os seguintes modelos constitutivos para as rochas reservatório e adjacentes, bem como para as estruturas de falhas:

1. modelos elasto-plásticos convencionais: Mohr-Coulomb, Tresca, Drucker Prager e Von-Mises;
2. modelos visco-elasto-plásticos convencionais com regularização de Perzyna;
3. modelos visco-elásticos e visco-elasto-plásticos para rochas salinas;
4. modelo elasto-plástico para materiais argilosos (*CamClay*);

5. modelo de dano e visco-dano contínuo isotrópico.

6. modelos termo-elasto-plásticos para materiais não saturados, onde o tamanho da superfície de fluência é controlado pelas variáveis de história, temperatura e pressão capilar. Este tipo de modelo vem sendo recentemente aplicado e adaptado a problemas de compactação de reservatório carbonáticos.

Para o problema de reativação de falhas adotou-se o modelo elastoplástico de Mohr Coulomb para representar o comportamento mecânico do material de preenchimento da falha, pelo fato de que representa a reativação em função das deformações plásticas cisalhantes ocorridas que levam ao aumento da permeabilidade do material que sofre deformações volumétricas associadas à dilatação.

Já para a rocha reservatório, foi considerado o modelo elastoplástico de CamClay Modificado, tendo em vista que caracteriza o comportamento plástico da rocha na compressão, já que a superfície de fluência limita o estado tensional compressivo em que esta rocha se apresenta quando o reservatório é submetido ao processo de exploração.

Nas aplicações numéricas foram definidos objetivos específicos para cada problema tratado, onde de uma forma geral buscou-se validar o programa CODE\_BRIGHT, considerando as implementações desta tese, através da comparação com soluções analíticas e numéricas da literatura para o problema de fluxo (validação da formulação pressão-saturação) e hidro-geomecânico. Após a verificação aplicou-se o programa na simulação de uma série de problemas da geomecânica de reservatórios considerando todos os aspectos práticos da exploração de reservatórios de petróleo.

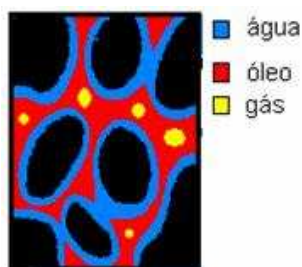
Para os problemas de reativação de falhas foi admitido, em sua maioria, um fluxo monofásico tendo em vista a necessidade principal de caracterizar o processo de reativação e sua dependência quanto a fatores como o nível da pressão de injeção, influência da distância do poço injetor à falha, dimensão espacial do problema, etc. Logo, ao assumir o problema de fluxo monofásico, possibilitou-se uma simplificação na solução numérica dos casos, viabilizando assim as análises de sensibilidade propostas. Porém, em um dos casos sintéticos de reativação de falhas foi considerado o fluxo bifásico água-óleo e seus resultados foram comparados com os obtidos para o mesmo problema, considerando apenas o fluxo monofásico.



## 1.2 CONTEXTO E MOTIVAÇÃO

### 1.2.1 Engenharia de Reservatórios de Petróleo

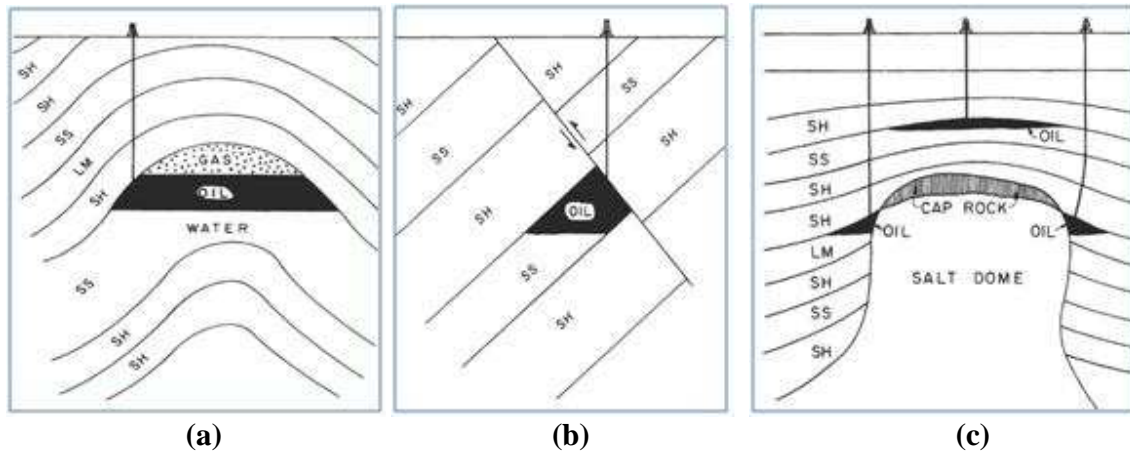
Um reservatório de petróleo consiste em um meio poroso deformável saturado, onde seus poros encontram-se preenchidos por hidrocarbonetos (óleo e/ou gás) e água (Figura 1).



**Figura 1 – Meio poroso saturado: representação de volume de controle de um reservatório de petróleo.**

O petróleo é originado pela decomposição de matéria orgânica presente na rocha geradora, que consiste geralmente de folhelhos, e tende a migrar para regiões superiores. O reservatório de petróleo é definido por rochas reservatório que, em geral, são porosas e permeáveis, de forma que a conexão entre seus vazios permite o armazenamento do petróleo em volumes significativos. As rochas-reservatório mais frequentes em todo o mundo são os arenitos (cerca de 50%), porém existem reservatórios de carbonatos (cerca de 40%, como por exemplo os campos de Enxova e Pampo) e de folhelhos, em torno de 10%. Em geral, poços perfurados em carbonatos apresentam altas vazões iniciais e tendem a ter histórico de produção menor que poços em arenitos. A condição para que a rocha-reservatório armazene o petróleo é que este não se desloque para zonas mais superficiais, o que necessita da existência de rochas capeadoras ou selantes, que apresentam baixíssimas permeabilidades, funcionando como selos e armadilhas criadas por falhas selantes, por domos salinos ou por anticlinais (Figura 2). Logo a migração do petróleo para o exterior do reservatório, diante da presença de rochas capeadoras, se dará apenas por processos artificiais, ou seja, pela extração por meio do emprego de poços produtores ou,

naturalmente, através de processos de reativação de falha e fraturas, como consequência da resposta mecânica das rochas do campo quando submetido à produção.



**Figura 2 – Exemplos de armadilhas de petróleo: (a) Anticlinal; (b) Falha Geológica; (c) Domo salino (Lyons, 1996).**

Portanto, para a engenharia de reservatórios é extremamente necessário o conhecimento da estrutura geológica de determinado campo e de suas propriedades físicas, tendo em vista o impacto destas características no regime de fluxo de fluido no interior do reservatório e no entendimento do comportamento mecânico das rochas. Isto se dá pela integração com a geologia que fornece dados suficientes para a montagem de um modelo a ser utilizado na previsão de produção e da resposta geomecânica do campo. Entre as principais características desse modelo pode-se citar: profundidade, comprimento, largura, espessura e limites, todos como características geométricas do campo; estrutura primária, textura, constituição, falhas e barreiras, que se referem à geometria interna, entre outros fatores.

Logo, ao buscar-se estimar a produção de petróleo, é necessário o conhecimento do volume de óleo e de gás existente no reservatório, o que necessita a definição de algumas propriedades dos fluidos e da rocha obtidos, em sua maioria, não somente por medições em laboratório como também por meio de perfis e correlações empíricas. Estas propriedades consistem na viscosidade e densidade dos fluidos, permeabilidade, porosidade e compressibilidade da rocha, permeabilidade relativa, pressão capilar, saturação de fluidos e condições de embebição (molhagem) e drenagem.

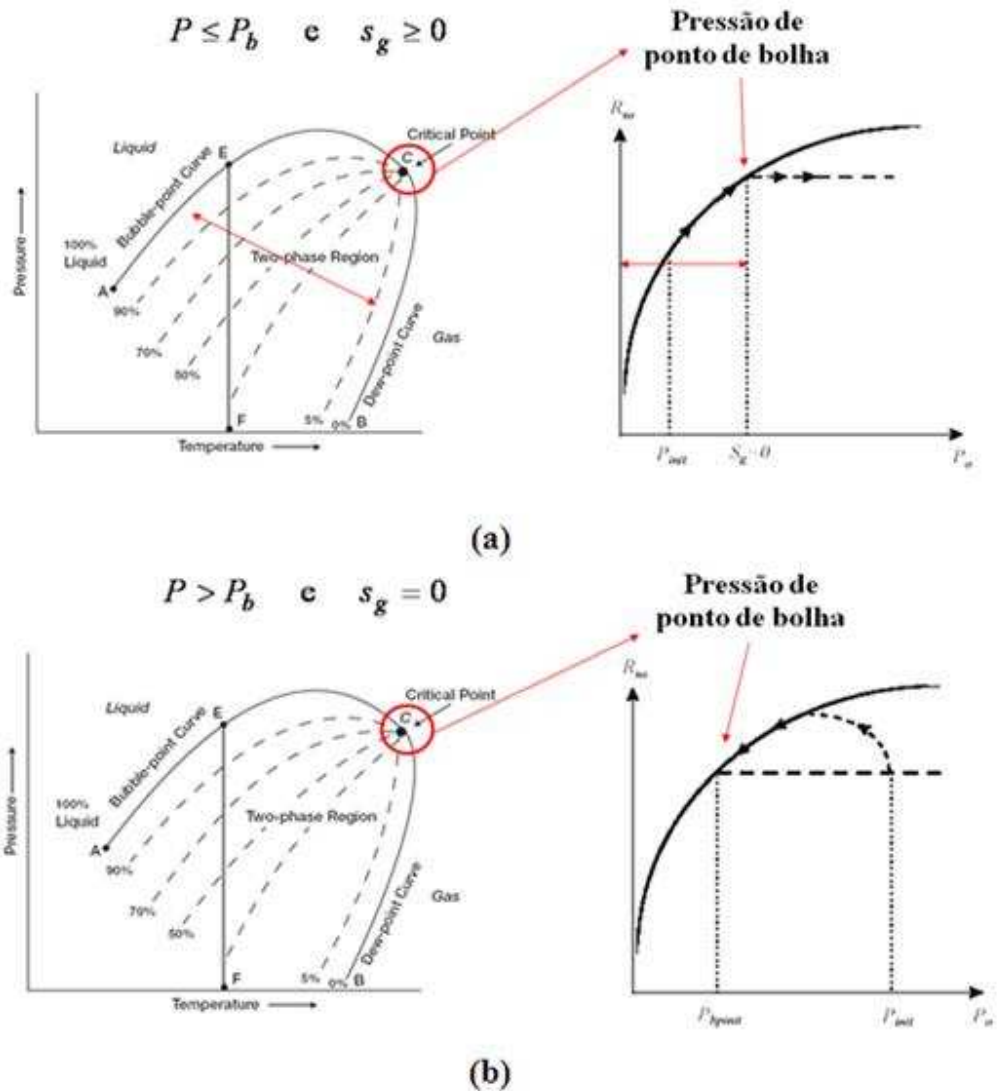
Outro aspecto importante a ser considerado quanto à produção de petróleo e o volume de óleo e de gás a ser produzido, está no fato de que o reservatório encontra-se sob a ação de cargas

decorrentes do peso das rochas acima (“*overburden*”), bem como submetido à ação de solicitações laterais exercidas pelas rochas adjacentes (“*sideburden*”), e também a pressão de fluido e temperatura, ou seja, apresenta-se sob um gradiente hidrostático, geostático e geotérmico. Com isso, os fluidos do interior do reservatório passarão, no processo produtivo, das condições de pressão e temperatura de reservatório para as condições de superfície, o que pode levar a mudanças de fase.

Na Figura 3 representa-se o estado de uma mistura de hidrocarbonetos através de um diagrama de fases, onde a forma e posicionamento do diagrama de fases da mistura original em relação às condições de pressão e temperatura do reservatório definem se o reservatório contém óleo, gás ou óleo e gás.

Com isso, de forma mais geral, pode-se classificar o reservatório em sub-saturado (fase água mais óleo com gás dissolvido, saturação de gás  $S_g$ , mas com produção de óleo e gás na superfície) ou saturado (água, óleo e gás livre e dissolvido na fase óleo). Este estado de saturação do reservatório está associado a uma pressão de ponto de bolha  $P_b$  que consiste na pressão a partir do qual o óleo libera a primeira bolha de gás (Figura 3).

Caso a pressão do reservatório  $p_{res}$  seja inferior a esta pressão de ponto de bolha, então encontram-se o óleo, o gás na forma livre e a água, consistindo assim, em um estado saturado com possibilidade de transferência de massa apenas entre o óleo e o gás (Figura 3a). No caso inverso, isto é, quando a pressão do reservatório for superior a pressão de ponto de bolha, o mesmo é do tipo subsaturado (bifásico) sendo constituído apenas por duas fase imiscíveis, ou seja, água e óleo (Figura 3b). Este conceito é o adotado pelo modelo *Black Oil* cuja estrutura das equações de fluxo de água e óleo é adotada neste trabalho (“*Black-Oil* bifásico”) conforme será apresentada posteriormente.



**Figura 3 – Diagrama de Fases: (a) Reservatório na condição saturada; (b) Reservatório na condição sub-saturada (Lyons, 1996).**

As características destes hidrocarbonetos dependem fortemente do estágio do processo produtivo do reservatório que se apresenta em três tipos de recuperação (Ertekin *et al*, 2001):

- **Recuperação Primária:** a produção de hidrocarboneto dá-se unicamente com a descompressão do reservatório a partir da perfuração de um poço produtor que apresenta uma pressão inferior a que o reservatório encontra-se. Consiste então no primeiro estágio de produção e finaliza quando as pressões no interior do reservatório equilibram-se com a pressão do poço (Chen *et al*, 2006). Neste tipo de produção de hidrocarbonetos, são feitos grandes

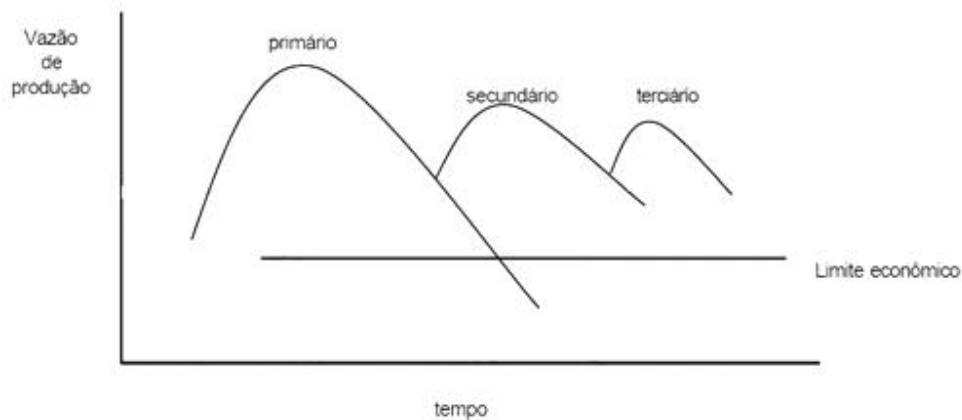
esforços na maximização da recuperação de óleo e/ou gás utilizando apenas o mecanismo natural de produção do reservatório, até um limite econômico (Figura 4), de forma a minimizar os custos com posteriores níveis de recuperação que desprendem maiores recursos e energia para exploração. Para isso muitos são os mecanismos a serem investigados como a expansão de capa de gás, expansão de líquido, gás em solução, expansão de gás, influxo de água e mecanismo combinado;

- **Recuperação Secundária:** após a recuperação primária ou no seu decorrer, principalmente em casos onde ocorrem reduções na produção em desacordo com estimativas iniciais, opta-se por instalar, em alguns poços, um sistema de injeção (poços injetores) de fluido, em geral água, e definem-se outros para continuar como poços produtores. Este método de recuperação eleva as pressões no reservatório e gera um maior fluxo de fluido na direção do gradiente de pressões, bem como promove um varrido de parte do óleo pela água injetada. Chen *et al* (2006) descrevem que este tipo de recuperação em muitos casos não é muito efetivo pois cerca de 50% ou mais de hidrocarbonetos ficam retidos no reservatório em função da forte tensão superficial, que aprisiona o óleo em poros menores os quais não podem ser extraídos através deste método. Em reservatórios onde o óleo é pesado e viscoso, o fluxo de água é mais fácil e pode levar o poço produtor, no caso em que a vazão de injeção for alta, a produzir água ao invés do óleo. Consiste também em uma estratégia, especificamente ao utilizar o processo de injeção de água, para manter a pressão no interior do reservatório de forma a minimizar problemas de compactação e subsidência, conforme será visto posteriormente;

- **Recuperação Terciária:** é um tipo de recuperação de óleo através da injeção de materiais que não são encontrados no reservatório de petróleo, como surfactantes, polímeros ou CO<sub>2</sub> (Rutqvist *et al*, 2007; Metz *et al*, 2008), por exemplo. Isto envolve efeitos químicos e térmicos que permitem a miscibilidade dos materiais injetados com o óleo retido no reservatório, o aumento da viscosidade da água de injeção, entre outros fatores. Neste tipo de recuperação podem caracterizar-se três tipos de modelos de fluxo: o composicional, térmico e químico. Em geral este tipo de técnica é adotado quando a forma de recuperação secundária não é mais economicamente viável (Figura 4).

Cada estratégia de produção levará a uma resposta diferente do reservatório e do campo, tanto com relação à rocha e seu comportamento mecânico quanto ao fluxo de fluido. Logo,

diante da complexidade que um campo de petróleo exibe e devido às metas de se tentar aumentar o fator de recuperação dos campos, a engenharia de reservatórios tem lançado mão da simulação de reservatórios que, com seu crescente emprego e desenvolvimento, possibilita uma melhor interpretação dos fenômenos através da adoção de modelos matemáticos, baseados nos fenômenos físicos envolvidos, que representam de forma aproximada o comportamento dos fluidos e da rocha durante a exploração.



**Figura 4 – Perfil de produção de campos de petróleo.**

Os simuladores de reservatórios mais convencionais tratam unicamente do problema de fluxo multifásico considerando o reservatório como um meio poroso saturado, e adotando diferentes formulações como modelo *Black-Oil*, Composicional, modelos bifásicos, etc. O modelo *Black-Oil* considera as fase água, óleo e gás, enquanto que modelos composicionais são adotados para simulação de processos de recuperação terciária e que envolvem problemas não-isotérmicos (injeção de vapor, por exemplo).

Para problemas de fluxo multifásico verifica-se que a estrutura dos vazios do meio poroso pode ser extremamente estreita e sua comunicação tortuosa, o que pode levar a interferências no regime de fluxo de fluidos (água, óleo, gás, fluidos de injeção, etc.) que preenchem e se deslocam através destes espaços (Bear, 1972; Allen III *et al*, 1988). De forma geral, mecanismos físicos micro e macroscópicos podem inibir ou interferir no fluxo e produção de água e hidrocarbonetos, tais como a viscosidade do óleo a ser deslocado e da água injetada, capilaridade (propriedade interfacial entre fluido e rocha), heterogeneidade do meio poroso, a

mobibilidade de cada fluido (relação entre a permeabilidade relativa e a viscosidade), a saturação residual dos fluidos residentes no reservatório, entre outros.

Logo, todos estes aspectos devem ser fisicamente interpretados e analisados, sendo necessárias equações que representem cada um destes fenômenos. Com isso, o problema de fluxo multifásico em reservatórios de petróleo é resolvido através da solução de equações obtidas a partir de uma formulação matemática que consiste em equações de conservação de massa de fluido, para cada componente do reservatório, com a aplicação de relações constitutivas, equações de confinamento da saturação dos fluidos e pressão capilar como funções da fase e condições iniciais e de contorno.

Segundo Pereira (2007), as soluções dos simuladores de reservatórios convencionais não são suficientes para explicar alguns fenômenos decorrentes da produção de hidrocarbonetos, como, por exemplo: compactação, subsidência, instabilidade de poços, produção de areia, reativação de falhas, fraturamento hidráulico, entre outros. Isto se dá por estes simuladores considerarem apenas a compressibilidade da rocha como parâmetro geomecânico e não incorporarem alterações no estado de tensões da rocha e deformações em função da alteração do campo de pressões.

Portanto, na simulação de reservatórios convencional, os modelos geomecânico e de fluxo, são desacoplados e a compressibilidade da rocha é responsável pela variação de volume de poros da rocha, levando a uma independência do estado de tensões atuante.

Em uma análise geomecânica acoplada ao problema de fluxo para rochas reservatórios sensíveis às variações do estado de tensões, com a variação das tensões efetivas, podem ser calculadas as deformações que em geral ocorrem para este tipo de problema, no caso de alterações no campo de pressões, e as reduções ocorridas na permeabilidade e porosidade, bem como a interferência deste fenômeno na produtividade do reservatório.

A determinação precisa da produção de um reservatório de petróleo, principalmente em áreas sensíveis a variações no estado de tensões, necessita da modelagem tanto do fluxo de fluido (água, óleo e/ou gás) quanto das deformações ocorridas no processo de produção (Minkoff *et al*, 2003).

Este tipo de análise é utilizado em estudos envolvendo fenômenos de compactação e subsidência, estabilidade de poço, fraturamento hidráulico, reativação de falhas, etc. A compactação e subsidência podem levar a efeitos desfavoráveis (maioria dos casos) levando a danos nas instalações e riscos ambientais, como também pode levar a efeitos favoráveis à produção de hidrocarbonetos, aumentando sua recuperação e a eficiência de produção (Gomes et al, 2008a). Já o problema de reativação de falhas (Gomes et al, 2008b) incorre em perda de pressão e, conseqüentemente, de fluido ao longo da falha quando esta é reativada, interferindo diretamente no processo produtivo bem como levando a riscos ambientais decorrentes da exsudação de óleo no fundo do mar, em casos de campos *off-shore*.

Diante da complexidade da previsão da resposta mecânica do reservatório decorrentes do processo produtivo de hidrocarbonetos, e seu efeito sobre vários aspectos no reservatório e na produção, torna-se necessária uma análise acoplada, pois permite descrever com maior aproximação estes fenômenos. Várias são as formas de acoplamento, conforme será discutido posteriormente neste trabalho. Parte-se da definição de um acoplamento físico, onde ambos os fenômenos se influenciam mutuamente através de variáveis e propriedades que se alteram, e depois se adota uma estratégia de acoplamento definida de acordo com a formulação numérica utilizada.

Portanto, para obter a solução de problemas dessa natureza, é necessária a adoção de modelos constitutivos (mecânicos e hidráulicos) que levem em conta que o meio poroso (rocha reservatório) é deformável. Neste caso, a permeabilidade intrínseca (ou absoluta) da rocha, um dos parâmetros chave do problema hidráulico, é considerada uma função da porosidade, que por sua vez varia quando o meio se deforma. Esta deformação ocorre quando há alterações no estado de tensões efetivas, dadas pelo tensor de tensões totais menos o tensor esférico das poro-pressões. Uma vez que as poro-pressões variam em cada ponto do reservatório, à medida que este é submetido aos diferentes regimes de fluxo ao longo de sua vida, ocorrem variações do estado de tensões efetivas, e são geradas deformações que modificam as propriedades do meio e a distribuição de pressões, impactando diretamente na produção de fluidos. Consiste em um acoplamento hidromecânico, onde as equações de fluxo são modificadas através da incorporação do termo de deformação da rocha, enquanto que a equação mecânica passa a incluir um termo de pressão e saturação, provenientes das equações de fluxo.



De fato, o problema de fluxo de fluidos em meios porosos deformáveis (Onaisi *et al*, 2002; Wan, 2002; Lewis *et al*, 2003; Samier *et al*, 2003; Gai *et al*, 2005) vem sendo amplamente abordado em estudos numéricos do processo de produção de reservatórios de hidrocarbonetos (Tran *et al*, 2005).

Neste trabalho, com o desenvolvimento do simulador de fluxo bifásico com acoplamento geomecânico, no programa de elementos finitos CODE\_BRIGHT, pretende-se estudar, aplicando o código implementado, o problema de compactação do reservatório e seu efeito na produção dos fluidos, bem como o mecanismo de reativação de falhas devido à injeção de fluido no reservatório. Para isso adota-se uma formulação do tipo pressão-saturação para a solução do problema hidráulico (Dicks, 1993; Bastian, 1999; Wan, 2002; Heimsund, 2005; Westhead, 2005; Gomes *et al*, 2008a; Gomes *et al*, 2008b), cujas incógnitas são a saturação de água ( $S_w$ ) e pressão de óleo ( $p_o$ ), em conjunto com a equação de equilíbrio de tensões do problema geomecânico, cujas incógnitas são os deslocamentos da rocha.

O esquema numérico de solução do problema de fluxo bifásico adotado neste trabalho é o Sequencial Implícito (Schiozer, 1994; Bastian, 1999; Cao, 2002; Onaisi *et al*, 2002; Samier *et al*, 2003; Gai *et al*, 2005; Gomes *et al*, 2008a; Gomes *et al*, 2008b) utilizando o método dos elementos finitos, onde a pressão e saturação nas equações de fluxo de água e de óleo são obtidas via método de Newton-Raphson. O problema geomecânico é resolvido sequencialmente ao bifásico, onde a cada interação de Newton-Raphson as incógnitas são atualizadas simultaneamente.

O esquema numérico utilizado é o Método dos Elementos Finitos com Volume de Controle (*ControlVolume Finite Element Method – CVFEM*), que consiste no MEF-Galerkin clássico, porém com a adoção de uma matriz de massa diagonalizada bem como com a consideração de um volume de controle.

Um aspecto a ser considerado consiste na estabilidade numérica do método frente ao fenômeno de fluxo bifásico, diante da dependência da mobilidade quanto aos mecanismos de convecção e difusão. Este método apresenta, assim como o MEF-Galerkin clássico, bons resultados em problemas onde a parte difusiva do termo de fluxo, que considera o gradiente pressão capilar-saturação, tem efeito predominante quanto a parte convectiva. Em caso

contrário, ou seja, se a convecção é dominante, onde os efeitos capilares não são fortes ou são desprezados, esta formulação tende a fornecer uma solução não-monotônica, apresentando assim oscilações numéricas da saturação.

Existem vários métodos de tratamento de problema de fluxo convectivo dominante (Helmig, 1997; Helmig e Huber, 1998), como o Método de Petrov-Galerkin, onde os termos de fluxo convectivo são ponderados por uma função de alta ordem o que o torna um método, em caso homogêneo, com solução de comportamento monotônico. Outra maneira é o uso da técnica de *upwind* na formulação do CVFEM (FU-CVFEM), onde o tratamento é feito na mobilidade  $\lambda$  do termo convectivo, levando a um método incondicionalmente monotônico.

Neste trabalho propõe-se uma técnica de *upwind* bem como se descreve o método FU-CVFEM apresentado por Helmig (1997), de forma a solucionar o problema de instabilidade numérica do fluxo bifásico. O método implementado aqui é chamado de *upwind CB* e consiste numa técnica de ponderação de mobilidade baseada no peso geométrico que cada nó tem com relação à direção do fluxo de fluido no elemento finito. Maiores detalhes deste método encontram-se apresentados posteriormente.

### ***1.2.2 Geomecânica de Reservatórios de Petróleo: compactação e subsidência***

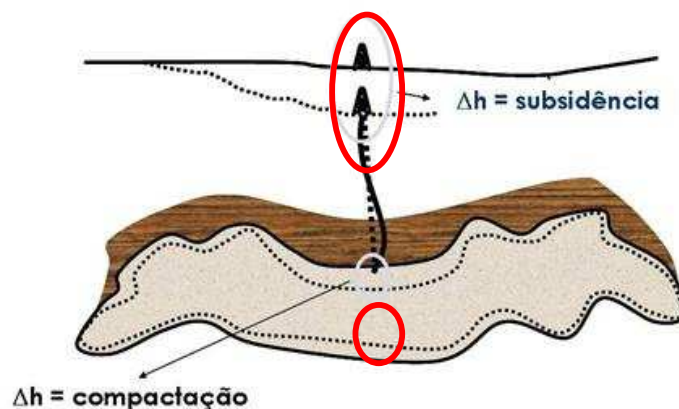
Variações na poro-pressão, temperatura e saturação de água, em um reservatório de hidrocarboneto, ocorrem devido a depleção ou pelo processo de injeção de água (Onaisi *et al*, 2002). Isto leva à alteração do estado de tensões no reservatório (redução da tensão efetiva com o aumento da poro-pressão) e nas rochas em torno dele, o que pode gerar processos de deformações das rochas, levando a mudanças de suas propriedades (matriz sólida).

Quando acentuadas, estas deformações podem causar a compactação do reservatório e subsidência que são, possivelmente, os exemplos mais comuns do efeito do comportamento mecânico da rocha em escala de reservatório. A maioria dos problemas de compactação ocorre pelo colapso dos poros no interior ou nas adjacências do reservatório. Estes fenômenos podem induzir à propagação de fraturas, a problemas de reativação de falhas dentro e fora do reservatório, geram riscos na operação de exploração e danos aos poços. Por outro lado, o

fenômeno de compactação também pode beneficiar a produção de hidrocarbonetos (Falcão, 2002), pela ocorrência de um mecanismo de incremento de produção devido à expulsão do fluido dos poros (“*compaction drive mechanism*”), geralmente em reservatórios brandos (Fjaer *et al*, 2008), principalmente quando as variações de permeabilidade não são tão acentuadas.

O fenômeno de compactação corresponde à redução de volume da rocha-reservatório decorrente da sua compressão, o que leva a diminuição da espessura do reservatório, principalmente na zona onde os poços produtores se localizam. A sua ocorrência provoca uma perda de suporte que pode levar ao movimento das camadas acima do reservatório, onde este fenômeno é definido como subsidência, que ocorre em áreas maiores que a região no entorno do reservatório afetada pela compactação (Figura 5).

Grande parte dos reservatórios de óleo e gás sofre compactação, porém em um nível bastante pequeno, e a correspondente subsidência da superfície é desprezível. Segundo Fjaer (2008), um grau de subsidência admissível pode ser observado caso se verifique uma ou várias das seguintes condições: o alívio de pressões no interior do reservatório deve ser significativo; a rocha reservatório precisa ser bastante compressível, sendo a ocorrência da compactação mais representativa em rochas brandas; a compactação do reservatório deve ser significativa e deve-se observar o seu impacto nas rochas capeadoras, o que dependerá da geometria do reservatório, de sua profundidade e do contraste entre suas propriedades mecânicas com relação às das rochas adjacentes.



**Figura 5 – Esquema representativo dos fenômenos de compactação e subsidência (Pereira, 2007).**

O primeiro caso de subsidência observado foi o do campo de Goose Creek no Texas, em torno de 1910, sendo o mesmo comportamento verificado nos anos 20 no campo de óleo de Bolívar na Venezuela. Exemplos mais representativos do efeito da compactação e subsidência quanto a sua magnitude e impacto econômico são descritos a seguir:

→ ***Campo de Valhal (Mar do Norte)***: verificou-se que as pressões, após aproximadamente quatro anos de produção, eram inferiores às estimadas no planejamento produtivo do campo. Isto indicou a presença de outro fator que contribuía para a produção de hidrocarboneto (Ruddy *et al*, 1989), sendo observado posteriormente a ocorrência de significativa compactação do reservatório, levando ao efeito de “*compaction drive*” que era responsável por cerca de 70% da produção atingida (Cook & Jewell, 1995 );

→ ***Campo de Ekofisk (Mar do Norte)***: foi observada uma subsidência de 4,3 metros (em 1984) com previsão de 6 metros (esperada em 2011), onde o fenômeno de compactação seguido de subsidência era atribuído à depleção, pela redução das pressões e elevação das tensões efetivas. O processo de injeção de água foi adotado neste campo em 1987 a partir do qual se observou um aumento na produção de óleo, porém as taxas de compactação não mantiveram-se constantes, ao contrário de que se imaginava devido à manutenção de pressão decorrente da injeção de água. Isto induziu a estudos de que a água injetada provocou o enfraquecimento da rocha reservatório levando ao aumento da compactação. Estes problemas causaram danos em 10 poços e a redução no processo produtivo do reservatório incorrendo em um gasto estimado de US\$ 2,6 bilhões no processo de prevenção e reparação dos danos causados pela subsidência (Falcão, 2002), e observou-se que a compactação se deu em função de dois fatores: a depleção e o efeito de enfraquecimento da rocha pelo contato com a água de injeção (Lewis *et al*, 2003; Pereira, 2007);

→ ***Campo de Wilmington (Califórnia-EUA)***: a ocorrência de subsidência foi observada cerca de quatro anos após o início do processo produtivo, onde atingiu uma área industrializada do porto de Long Beach, levando a necessidade de construção de diques e muros de contenção para combater os efeitos de alargamento (deslocamento horizontal de 3,6 metros) causados pela subsidência, que geraram gastos de cerca de US\$ 100 milhões. Um método de estagnação da

subsidiência foi a adoção de um mecanismo de injeção de água, de forma a manter as pressões no reservatório, medida esta em que se teve sucesso (Pastor, 2001).

Consideráveis reduções no volume de poros podem ocorrer, durante o processo de depleção, auxiliando assim na expulsão do óleo, onde se torna também imprescindível definir o grau em que a redução da porosidade afeta a permeabilidade do reservatório.

Enquanto o mecanismo de incremento de produção por compactação (“*compaction drive*”) consiste em um efetivo mecanismo de recuperação, a redução da permeabilidade pode reduzir a recuperação. Pode-se observar isto ao adotar-se o modelo constitutivo mecânico elastoplástico, onde significantes variações na permeabilidade podem ocorrer quando o estado de tensões excede a tensão de pré-adensamento na direção da compressão da envoltória que define o regime de fluência do material, decorrente do processo de produção primária caracterizado pela descompressão do reservatório. Logo as deformações plásticas volumétricas são caracterizadas pela redução do volume dos vazios e levam a redução da permeabilidade pela porosidade, levando a significantes impactos em simulações de reservatórios de uma formação de alta compressibilidade (Zoback, 2007).

Yale (2002) mostrou através de simulações acopladas que o estado de tensões inicial e a plasticidade aumentam significativamente a compressibilidade da formação e a energia de compactação com expulsão do fluido dos poros (“*compaction drive energy*”) do reservatório, bem como mostrou, ao modelar as variações de permeabilidade com deformações plásticas, um significativo efeito sobre as pressões próximas ao poço e quanto à deformação com relação a simulações convencionais em que o meio é considerado apenas como elástico.

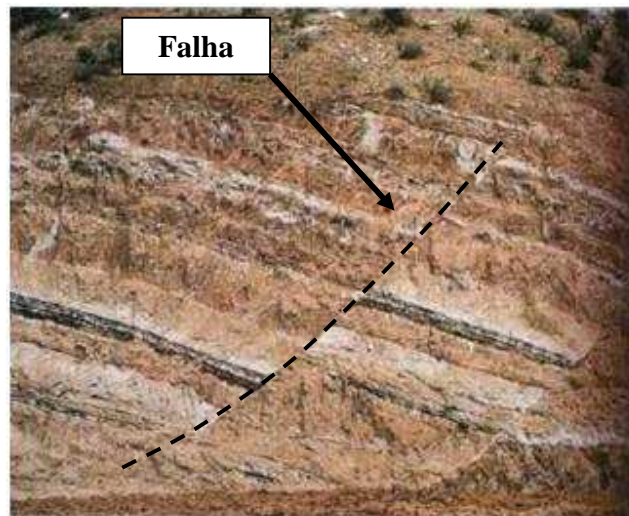
Crawford e Yale (2002) usaram um modelo de estados críticos (elastoplasticidade) para estudar a relação entre deformação e a conseqüente perda de permeabilidade, mostrando que o modelo elastoplastico captura as características principais de resultados experimentais para variações de permeabilidade como função das tensões e deformações, para amostras de areias não-consolidadas.

Portanto, neste trabalho propõe-se a adoção do modelo de elastoplasticidade de Cam-Clay Modificado que consiste em um modelo de estados críticos, para simular o comportamento

meccânico da rocha reservatório, em estágio de produção primária que leva a uma trajetória de tensões no sentido da compressão, tendo em vista que este modelo é definido por uma envoltória de tensões fechada na direção da compressão. Este encontra-se detalhado posteriormente e seu impacto sobre a produção de fluidos quando comparado com os resultados obtidos pela consideração do reservatório elástico e também para a simulação convencional de reservatório considerando apenas a compressibilidade da rocha.

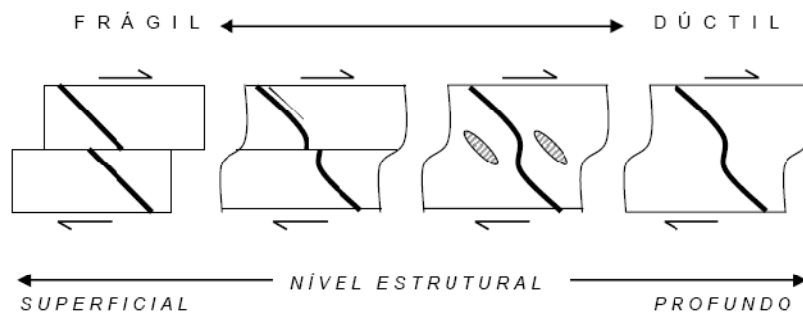
### **1.2.3 Geomecânica de Falhas Geológicas: problema de reativação de falhas**

Define-se falha (Figura 6) como sendo uma superfície de fratura, ao longo da qual ocorreu um movimento relativo entre os dois blocos, e pode ser proveniente de uma extensão, distensão ou torção. Em geral apresenta uma superfície de ruptura plana (ou praticamente plana) semelhante à obtida em ensaios laboratoriais de amostras submetidas a tensões compressivas.



**Figura 6 – Exemplo de falha.**

As falhas correspondem, tipicamente, a uma deformação em regime frágil (Figura 7) e podem ocorrer de dimensões em escala microscópica até a proporção de grandes falhas regionais, com extensões na escala de centenas ou de milhares de quilômetros (Borges, 2002).

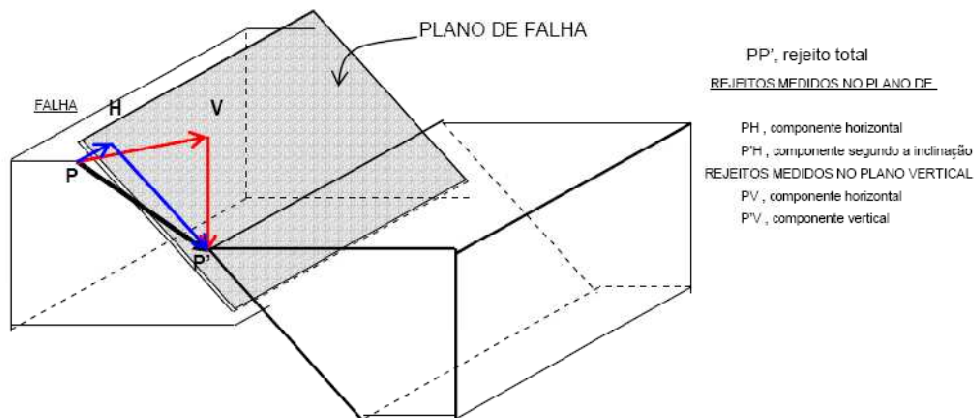


**Figura 7 – Esquema representativo do comportamento do perfeitamente dúctil ao perfeitamente frágil (Borges, 2002).**

Falhas selantes são estruturas de grande importância na criação de armadilhas (traps) de hidrocarboneto, durante seu processo de geração e migração (Yielding *et al*, 1997). Isto se dá em função da baixa permeabilidade da falha que, ao ser ativada, atravessa as camadas de rocha, levando ao movimento relativo entre os blocos falhados (rejeito), impedindo o fluxo de fluido de um lado ao outro do reservatório, bem como sua migração para camadas superiores por zonas permeáveis que sofreram interferência da falha ou do conjunto de falhas.

O aumento da pressão no interior do reservatório de petróleo, em decorrência da adoção de um método de recuperação de hidrocarboneto (injeção de água, por exemplo), leva a alterações no estado de tensões no seu interior e nas rochas adjacentes, e estas alterações mecânicas podem ser de caráter irreversível, levando ao surgimento de novas fraturas e à reativação de falhas existentes (Rutqvist *et al*, 2007; Soltanzadeh & Hawkes, 2008).

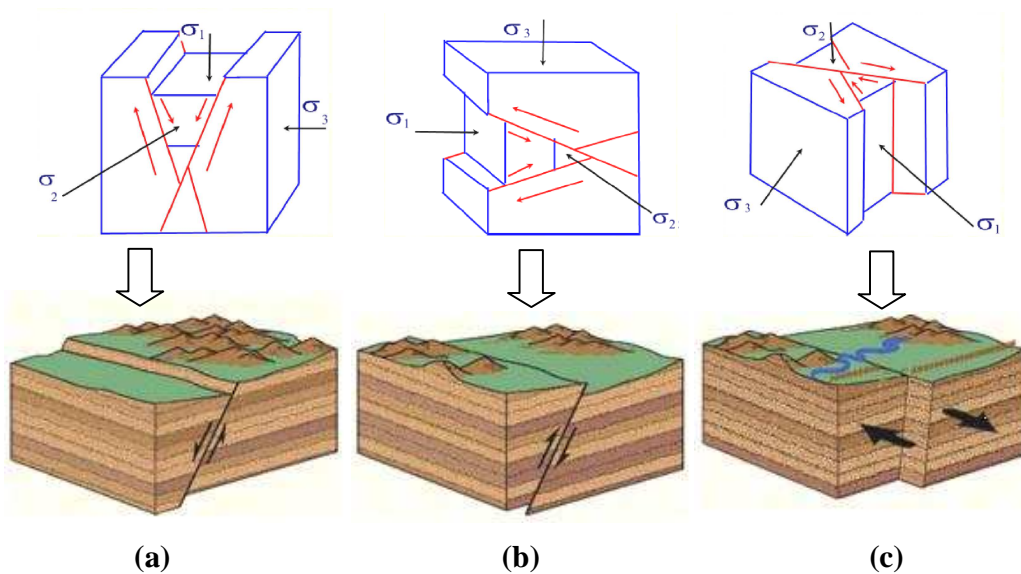
A reativação de falhas é em geral entendida como o efeito do deslizamento entre dois planos de rochas em um contato de fricção ou plano de deslizamento (Aydin *et al*, 2006). De uma forma geral este movimento se dá ao longo do plano de falha, onde os estratos de rochas falhadas permanecem paralelos entre si. A este movimento relativo entre os blocos falhados, como já visto, dá-se o nome de rejeito (*slip*), melhor descrito na Figura 8.



**Figura 8 – Definição de rejeito total e bruto e componentes (Borges, 2002).**

Segundo o Modelo de Anderson de 1951 (Borges, 2002), as falhas podem ser classificadas com relação à tensão principal vertical, por três tipos fundamentais (Figuras 9 e 10):

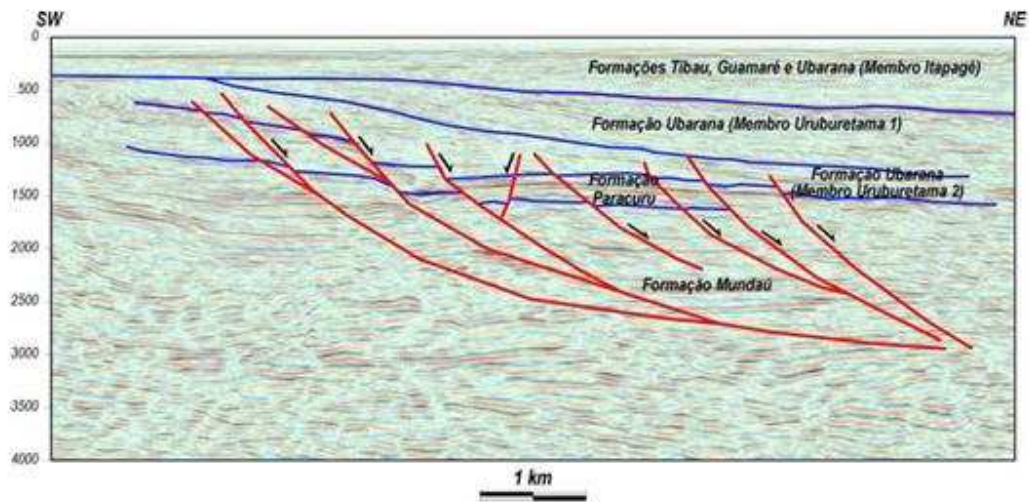
- Falhas Normais: a tensão vertical é a compressão máxima  $\sigma_1$  (tensão principal 1);
- Falhas Inversas: a tensão vertical é a compressão mínima  $\sigma_3$  (tensão principal 3);
- Transcorrentes: a tensão vertical é a compressão média  $\sigma_2$  (tensão principal 2) e apresentam rejeitos horizontais;



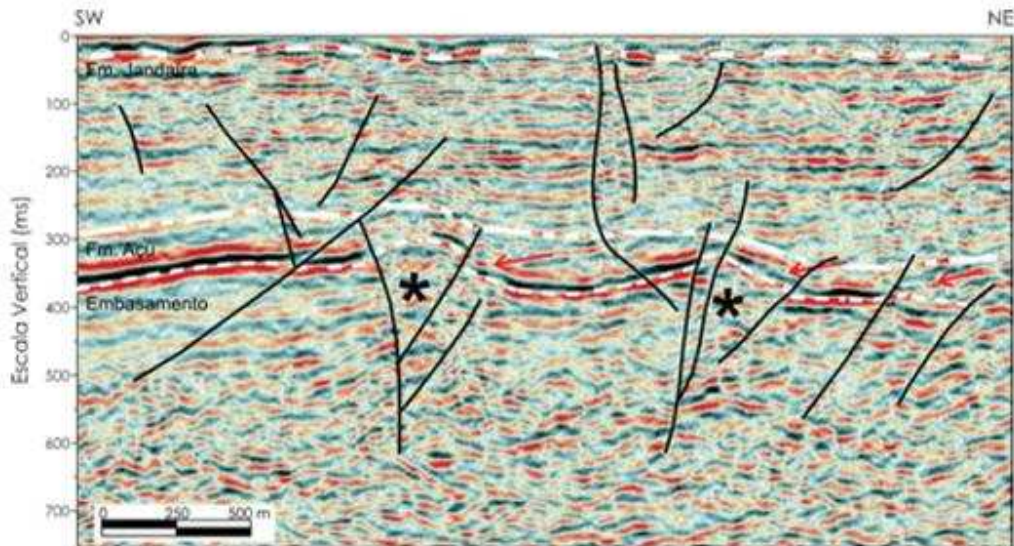
**Figura 9 – Esquema representativo dos tipos de falha quanto à tensão principal vertical: (a) Falha Normal; (b) Falha Inversa; (c) Falha Transcorrente.**



Em muitas regiões os requisitos de estado de tensões definido por Anderson não são satisfeitos, onde as falhas geralmente apresentam superfícies curvas (falhas lítricas) e os rejeitos oblíquos à direção da superfície de falha. Logo se considera ainda outra terminologia de falhas em termos do estado de tensões da região, definida como função da orientação do movimento ao longo do plano de falha relativo à reta horizontal daquele plano.



(a)



(b)

**Figura 10 – Exemplo de seção sísmica: (a) sísmica exibindo a estruturação predominante no Campo de Xaréu, caracterizado pelo arranjo de falhas normais (Antunes *et al*, 2003 ); (b) parte da seção sísmica da região de Icapuí-Ponta Grossa (CE), Bacia Potiguar, ilustrando falhas com componente de rejeito direcional (Sousa *et al*, 2008).**

Portanto, outra terminologia adotada para diferentes estados de tensões em campos falhados consiste em (Borges, 2002; Zoback, 2007):

- **Normal/strike-slip**: a tensão horizontal mínima  $\sigma_{hmin}$  é menor que a tensão vertical  $\sigma_v$ , mas a tensão horizontal máxima  $\sigma_{hmax}$  é aproximadamente igual à tensão vertical. Este tipo de estado de tensões é encontrado em várias partes do mundo, incluindo sudeste da Ásia e Europa Ocidental;
- **Strike-slip faulting**: a tensão vertical é intermediária e a tensão horizontal máxima é maior que a tensão horizontal mínima. Tem ocorrência no mar do Timor (Sudeste da Ásia) e no Campo Visund no norte do Mar do Norte;
- **Strike-Slip/Reverse faulting**: a tensão horizontal máxima é muito maior que a tensão vertical, mas as tensões horizontais máxima e mínima são aproximadamente iguais. Este tipo de estado de tensões altamente compressivo é comum em algumas áreas da Austrália Central;

Existe ainda o **Normal faulting** e **reverse faulting** que correspondem às condições de tensões de falhas normais e reversas semelhantes às definidas pela classificação de Anderson, onde a condição de **Normal faulting** é observada em várias partes do mundo, incluindo o golfo do México (tanto *on-shore* quanto *off-shore*) e na falha central do Mar do Norte, bem como no leste do Texas na formação Travis Peak. Já condições de **reverse faulting**, são de ocorrência relativamente rara.

Logo, o movimento de falhas no interior e na vizinhança do reservatório é induzido, num processo de produção de petróleo, pela redução ou pelo aumento da poro-pressão e seu efeito sobre a tensão efetiva normal e ruptura por cisalhamento, e também é função direta do estado tensional atuante no campo e nos planos de falha.

Quando ocorre a reativação, a permeabilidade da falha aumenta permitindo o fluxo de fluido através dela, comprometendo a integridade hidráulica das rochas capeadoras que selam o reservatório. Outro aspecto decorrente da reativação de falha e abertura de fraturas é o surgimento de novas zonas de fluxo através de formações capeadoras de alta capilaridade e baixa permeabilidade.

Logo a reativação da falha selante pode resultar em problemas como a redução da vazão de produção de hidrocarbonetos (Bentley & Barry, 1992; Knai & Knipe, 1998; Al-Busafi *et al*,

2005), em função da perda de pressão e até de fluido pela falha, danos às instalações de produção e até problemas de exsudação de petróleo na superfície do fundo do mar, problemas de subsidência da superfície acima do campo, etc. Isto releva a necessidade de uma previsão precisa do efeito de injeção/produção de fluidos sobre o comportamento mecânico das rochas e da falha, bem como a influência da falha reativada no regime de fluxo de hidrocarboneto no interior do reservatório (impacto na produção).

Atualmente são variadas as incertezas na forma de tratamento do modelo matemático que melhor represente uma estrutura de falha e sua interação com as rochas as quais ela está introduzida. Modelos analíticos (Zoback & Zinke, 2002; Soltanzadeh & Hawkes, 2008) têm sido utilizados para representar a reativação de falhas, e foram inicialmente formulados e aplicados a estudos de terremotos e, recentemente, têm sido adotados no estudo da estabilidade de falhas associada com o seqüestro de CO<sub>2</sub> (Rutqvist *et al*, 2007). Em geral estes modelos são simplificados, considerando a variação das tensões horizontais no interior do reservatório, porém assumindo que a tensão total vertical permanece constante (modelo uniaxial), e modelos poroelásticos semi-analíticos também foram desenvolvidos para analisar a resposta do reservatório a variações de pressão (Geertsma, 1973). Existe ainda o modelo da teoria das inclusões e heterogeneidades (Rudnicki, 1999) que é adotado para modelar a variação de tensões em um meio poroelástico devido à produção de fluido e injeção induzida de fluido.

Portanto, modelos analíticos e semi-analíticos podem subestimar ou a superestimar a máxima pressão admissível de injeção, pois não resolvem o problema de fluxo e o problema mecânico de forma combinada, além de serem modelos com limitações constitutivas devido às simplificações adotadas. Com isso, a adoção de modelos constitutivos mais complexos e de física mais representativa é necessária (Fernandes, 2008; Guimarães *et al*, 2009).

### **1.3 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO**

Considerando os conceitos fundamentais da engenharia de reservatórios e da geomecânica, descritos anteriormente no presente capítulo, como a base física-teórica para o desenvolvimento

do programa do ponto de vista físico, matemático e numérico, segue-se com o detalhamento da estrutura das implementações feitas no programa CODE\_BRIGTH.

Portanto, no **Capítulo 2** será descrita toda formulação matemática relativa ao acoplamento físico do programa para problemas de fluxo e geomecânico. Inicia-se com a teoria matemática relativa a fluxo bifásico (água-óleo) em meios porosos, seguida da formulação matemática mecânica de um meio poroso deformável. São ainda descritos os modelos constitutivos mecânicos adotados para reservatórios (Camclay Modificado) e falhas (Mohr Coulomb) e as equações de acoplamento entre o problema de fluxo e geomecânico.

No **Capítulo 3** apresenta-se a formulação numérica que compreende a descrição do Método dos Elementos Finitos com Volume de Controle (*CVFEM*) e a discretização das equações de fluxo e mecânicas. Este capítulo é encerrado com a apresentação da teoria de estabilização numérica para problema de fluxo bifásico, onde será mostrada a estabilização proposta neste trabalho bem como a técnica de estabilização com *upwind* de primeira ordem proposta na literatura e que consistirá em passos futuros na continuidade deste trabalho. São apresentados os resultados da aplicação do programa desenvolvido a problemas de fluxo bifásico unidimensional com validação relativa à solução analítica de Buckley-Leveret, bem como se apresenta uma análise de sensibilidade descrevendo a resposta do problema ao considerarem-se diferentes níveis de difusão, tanto para o problema unidimensional quanto bidimensional (1/4 de *five-spot*).

O **Capítulo 4** apresenta as formas de acoplamento numérico para o problema abordado nesta tese, seguido da descrição do acoplamento sequencialmente implícito adotado neste trabalho e a solução numérica pelo método de Newton-Raphson. Apresentam-se verificações validando o programa quanto a solução analítica para o problema de adensamento unidimensional de Terzaghi (fluxo monofásico) e com relação a soluções numéricas da literatura para um teste de compactação de rocha saturada de óleo submetida à injeção de água (fluxo bifásico).

As aplicações e resultados numéricos para os problemas sintéticos estão apresentados no **Capítulo 5**, onde são descritos resultados para simulação de problemas de compactação e subsidência considerando fluxo bifásico, bem como da simulação de problemas de reativação de falhas selantes considerando diferentes leis de variação de permeabilidade e condições de pressurização, e análise de sensibilidade de parâmetros relevantes para o problema.

No **Capítulo 6** são apresentadas as conclusões e considerações finais a respeito do trabalho desenvolvido e de seus resultados e as propostas para continuidade deste trabalho e sugestões para pesquisas futuras.

Por fim, no **Capítulo 7** estão apresentadas as referências bibliográficas adotadas como base teórica para o desenvolvimento de todo este trabalho.

# CAPÍTULO 2

## FORMULAÇÃO MATEMÁTICA: Acoplamento Físico

O objetivo geral da simulação de reservatórios de petróleo consiste em prever o comportamento de um determinado reservatório (campo real) através da adoção de modelos. Estes modelos podem ser baseados em ensaios de laboratório ou de campo (modelos físicos) ou por um conjunto de equações diferenciais parciais (modelos matemáticos) para um sistema físico que, associado com condições iniciais e de contorno adequadas, representam de forma aproximada os fenômenos analisados.

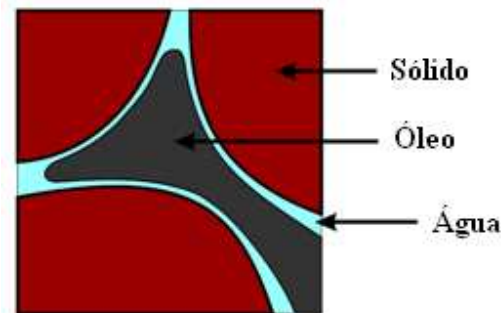
Para um problema de acoplamento hidrogeomecânico, onde são resolvidos mutuamente os problemas de fluxo de fluido e mecânico do reservatório e de rochas vizinhas, torna-se necessária a adoção de modelos matemáticos para cada tipo de fenômeno, onde nestes casos dificilmente a solução analítica será possível diante da complexidade dos problemas envolvidos, daí estes modelos serem constituídos por um conjunto de equações diferenciais parciais não-lineares que envolvem equações de balanço de massa, leis constitutivas e condições de complementaridade.

Neste capítulo será descrita a formulação matemática contendo as equações adotadas para os problemas de fluxo bifásico em meios porosos, mecânico e acoplado (acoplamento físico) que considera o fluxo de água e óleo em meio poroso deformável considerando a rocha como sensível ao estado de tensões.

### 2.1 FLUXO BIFÁSICO EM MEIOS POROSOS

Inicialmente, para o estudo do problema de fluxo bifásico em meios porosos, são necessários alguns conceitos preliminares. O primeiro deles consiste na descrição, já vista no início do Capítulo 1, de meio poroso que pode ser definido como um corpo composto por uma parte

sólida contínua (matriz sólida), e por vazios ou volume de poros que podem ser preenchidos com um ou mais fluidos. Logo, será estudado um meio poroso saturado preenchido por água e óleo (Figura 11).



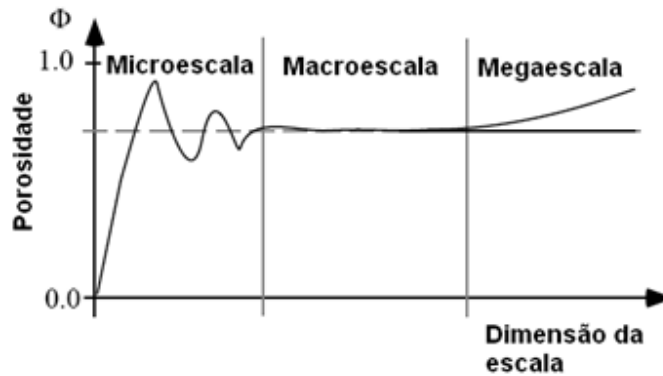
**Figura 11 – Meio Poroso Saturado com Água e Óleo (Juanes & Patzek, 2002).**

Outro conceito importante é o de Fase que consiste na porção quimicamente homogênea de um sistema, que é separada de outras porções por um contorno físico definido (Bear & Bachmat, 1991). Em termos da quantidade de fases que preenchem o meio poroso pode-se classificar o sistema em dois tipos: sistema monofásico onde os vazios encontram-se preenchidos por uma única fase ou por fases completamente miscíveis entre si; sistema multifásico no qual o meio poroso é preenchido por duas ou mais fases imiscíveis ou algumas miscíveis em outras (desde que haja mais de duas fases).

Para o desenvolvimento do modelo matemático de fluxo de fluido em meios porosos adota-se a aproximação de contínuo, ou seja, admite-se uma análise em escala macroscópica onde as leis físicas utilizadas na formulação das equações que modelam os fenômenos são aplicadas supondo o meio contínuo e os parâmetros que o caracterizam, são definidos ponto a ponto (Cunha *et al*, 1999). Torna-se ainda, necessário conhecer as propriedades dos fluidos e das rochas tais como porosidade, saturação, capilaridade, permeabilidade intrínseca, permeabilidade relativa, densidade, viscosidade e mobilidade. Estas propriedades estão descritas nos itens a seguir.

### 2.1.1 Porosidade, Saturação e Capilaridade

Uma das propriedades definidas pela média em termos das escalas do meio poroso (microscópica, macroscópica e megascópica), é a **porosidade** (Figura 12) que é a medida da capacidade que o meio tem de armazenar fluido em seu volume poroso.



**Figura 12 – Variação da porosidade em dimensões de escalas.**

A razão entre o volume de vazios e o volume total de certo elemento de um meio poroso consiste na porosidade média (Equação 1).

$$\Phi = \text{porosidade} = \frac{\text{volume de poros}}{\text{volume total}} = \frac{V_p}{V_t} \quad (1)$$

Como já visto o meio poroso é dito saturado quando seus vazios encontram-se totalmente preenchidos por fluidos (que não sejam ar), onde para o problema de reservatórios de petróleo estes podem ser água, óleo e gás, consistindo em um sistema trifásico (três fases). No caso de um sistema bifásico os fluidos podem ser água e óleo ou gás e óleo, onde no segundo caso, a determinado nível de pressão, ambas as fases podem ser miscíveis levando a um sistema monofásico.

Indica-se o volume relativo de cada fluido, que ocupa o meio poroso, através da **saturação** ( $S_\alpha$ ), ou seja, esta propriedade representa, para um sistema multifásico, a quantidade da fase que preenche o meio poroso e é definida pela razão entre o volume da fase e o volume de poros (Equação 2). Desta forma entende-se que cada fase apresenta uma saturação, onde, em um



sistema multifásico, a soma das saturações de todas as fases que preenchem um meio poroso saturado é sempre igual a 1 (Equação 3).

$$S_{\alpha} = \frac{\text{volume da fase}}{\text{volume de poros}} = \frac{V_{\alpha}}{V_p} \quad (2)$$

$$\sum_{\alpha=1}^{nfases} S_{\alpha} = 1 \Rightarrow 0 \leq S_{\alpha} \leq 1 \quad (3)$$

O índice  $\alpha$  indica as fases água (w) e óleo (o). Logo, para um sistema bifásico (água-óleo) tem-se que a equação de saturação é definida como:

$$S_w + S_o = 1 \quad (4)$$

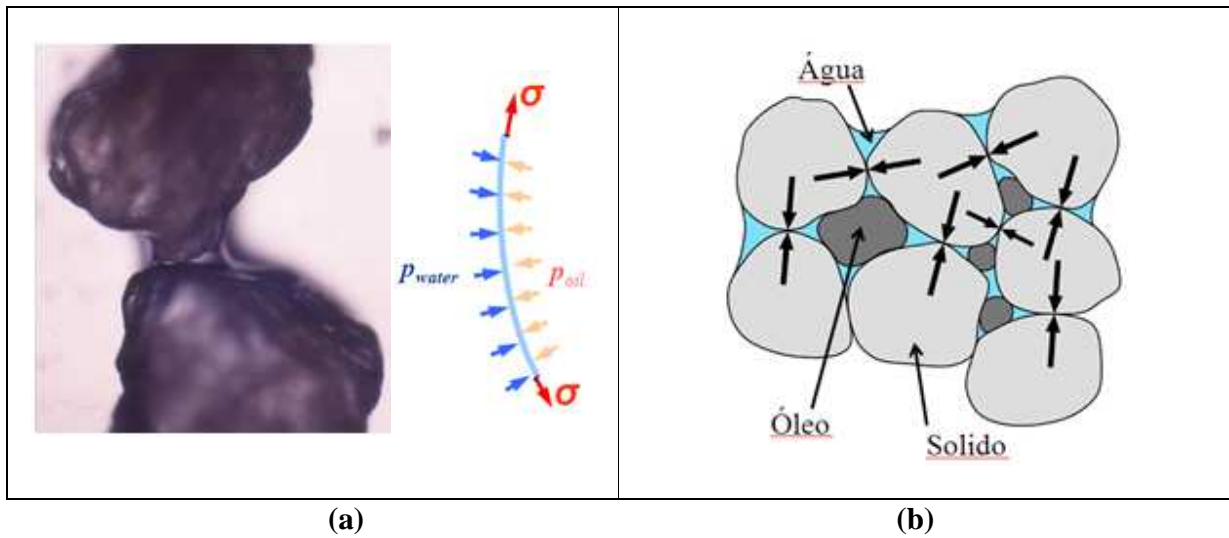
Onde  $S_w$  e  $S_o$  são as saturações de água e óleo respectivamente.

Um conceito bastante importante para o estudo do fluxo de fluido em meios porosos está relacionado à **capilaridade**. Em um sistema monofásico o fluxo é governado por forças definidas por um gradiente de pressão. Já no caso de fluxo multifásico os fluxos são influenciados por uma força capilar atuante na interface entre os fluidos imiscíveis.

As forças capilares são devidas a uma tensão superficial que, por sua vez, é causada por efeitos combinados de:

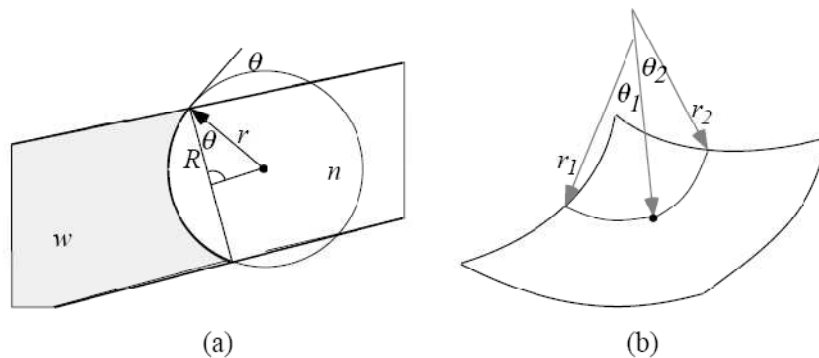
- *Coesão molecular*: atração das moléculas de um fluido pelas do outro fluido;
- *Adesão molecular*: atração das moléculas dos fluidos ao sólido.

As forças adesivas entre as moléculas de água e as paredes do meio poroso são maiores que as forças coesivas. Isto leva a formação de um menisco curvado (Figura 13) e contribui para a ação capilar. Ao aumento de forças atrativas intermoleculares na superfície de um fluido (interface) chama-se **Tensão Superficial**  $\sigma_{sup}$ .



**Figura 13 – Capilaridade em meio poroso saturado por dois fluidos imiscíveis: (a) Tubo Capilar; (b) Elemento de reservatório de petróleo saturado por água e óleo.**

A magnitude das forças adesivas é decrescente com a distância  $R$  da superfície sólida. A ação das forças adesivas leva a um ângulo de contato específico  $\theta$  entre a superfície sólida e a interface fluido-fluido, que depende das propriedades do fluido e do meio sólido (Figura 14). A fase é dita molhante ( $w$ ) quando o ângulo é menor que  $90^\circ$  e a outra fase é dita não-molhante ( $n$ ).



**Figura 14 – Propriedades geométricas da capilaridade: (a) Tubo capilar; (b) Raio de curvatura principal (Bastian, 1999).**

À diferença entre as pressões das fases imiscíveis, caracterizada pela descontinuidade microscópica na pressão das fases define-se como **Pressão Capilar**  $p_c$  (Equação 5).

$$p_c = p_o - p_w \geq 0 \quad (5)$$

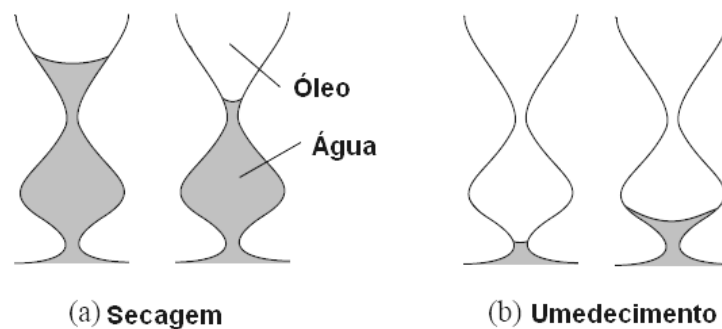
Onde  $p_w$  e  $p_o$  são as pressões de água e óleo respectivamente.

A pressão capilar pode ainda ser definida em termos do tamanho do poro e pela tensão superficial:

$$p_c = \sigma_{\text{sup}} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \frac{4\sigma_{\text{sup}} \cdot \cos \theta}{R} \quad (6)$$

Onde  $r_1$  e  $r_2$  são os raios principais de curvatura que são inversamente proporcionais à pressão capilar.

A pressão capilar é também dependente da estrutura química dos fluidos e do sólido (através da tensão superficial), e da geometria do espaço poroso (através dos raios de curvatura). Portanto, se ocorre secagem (Figura 15a), a fase molhante “retraí-se” para poros menores e o diâmetro  $R$  do menisco se reduz levando a uma pressão capilar maior que seu valor no estado original de saturação do meio. Já no caso de umedecimento (Figura 15b), onde a fase molhante penetra em poros maiores, o diâmetro do menisco aumenta e a pressão capilar diminui.



**Figura 15 – Ciclos de Secagem e Umedecimento: (a) Secagem; (b) Umedecimento.**

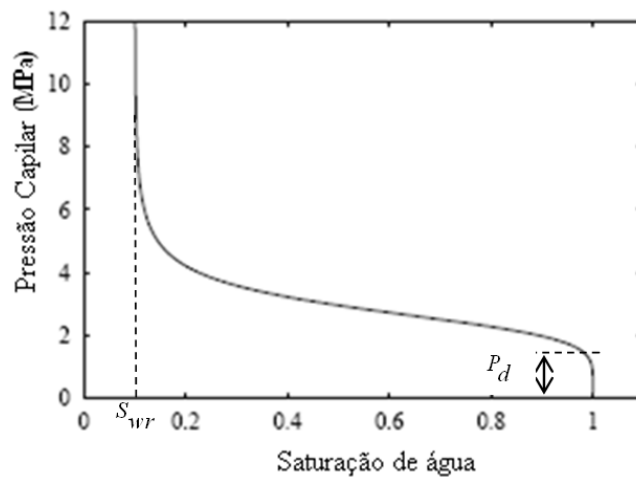
À diferença de comportamento da pressão capilar quanto aos ciclos de secagem e umedecimento, dá-se o nome de *histerese*.

Portanto, a nível microscópico a pressão capilar é função da tensão superficial e dos raios de curvatura principais (geometria dos poros).

$$p_c = p_c(r_1, r_2, \sigma_{\text{sup}}) \quad (7)$$

Macroscopicamente a pressão capilar é de determinação analítica impossível, tendo em vista a geometria irregular dos poros de um meio poroso. Logo se adotam medições diretas e modelos teóricos para defini-la. No caso dos modelos teóricos, equações definem a pressão capilar em termos da saturação da fase molhante por meio de parâmetros importantes como:

- *Pressão de Entrada  $P_d$* : no caso em que a saturação de água é igual a 1, a pressão capilar aumenta rapidamente para um valor  $P_d$ , sem um decréscimo perceptível na saturação (Figura 16). Logo, a pressão de entrada é a pressão crítica que deve ser aplicada para que a fase não-molhante entre nos poros maiores do meio poroso.



**Figura 16 – Curva de Pressão Capilar: variação com a saturação da água.**

- *Saturação Residual  $S_{wr}$* : a saturação da fase molhante não pode ser reduzida abaixo de  $S_{wr}$ , apenas pelo deslocamento normal do fluido, a não ser pela transição de fase (vaporização). A saturação da fase não-molhante também apresenta uma saturação residual  $S_{or} > 0$ , pelo volume aprisionado em pequenos poros ou em poros isolados. Com relação à pressão capilar, quando a saturação de água tende a sua saturação residual

(valor mínimo de saturação da fase molhante) a pressão capilar tende a seu valor máximo  $p_{cmax}$ , conforme pode ser observado na Figura 16. Pode-se representar a saturação em termos das saturações residuais da fase molhante  $S_{wr}$ , através da chamada *saturação efetiva*:

$$S_e = \frac{S_w - S_{wr}}{1 - S_{wr}} \quad (8)$$

Portanto, definidos os conceitos básicos necessários para o entendimento dos modelos teóricos, apresentam-se a seguir dois dos principais modelos constitutivos que definem a pressão capilar como função da saturação. O primeiro deles é o **Modelo de Brooks-Corey** que relaciona a pressão capilar  $p_c$  com a saturação da água  $S_w$  através da pressão de entrada  $P_d$ , da saturação efetiva e do parâmetro de Brooks-Corey  $\lambda_{BC}$  (que descreve o tamanho do grão do sólido), através da seguinte equação:

$$p_c(S_w) = P_d \cdot (S_e)^{-1/\lambda_{BC}} \quad (9)$$

Quanto menor for  $\lambda_{BC}$  mais não-uniforme é o material. A função de Brooks-Corey para diferentes valores de  $\lambda_{BC}$  e um valor fixo de  $P_d$  está representada graficamente na Figura 17a.

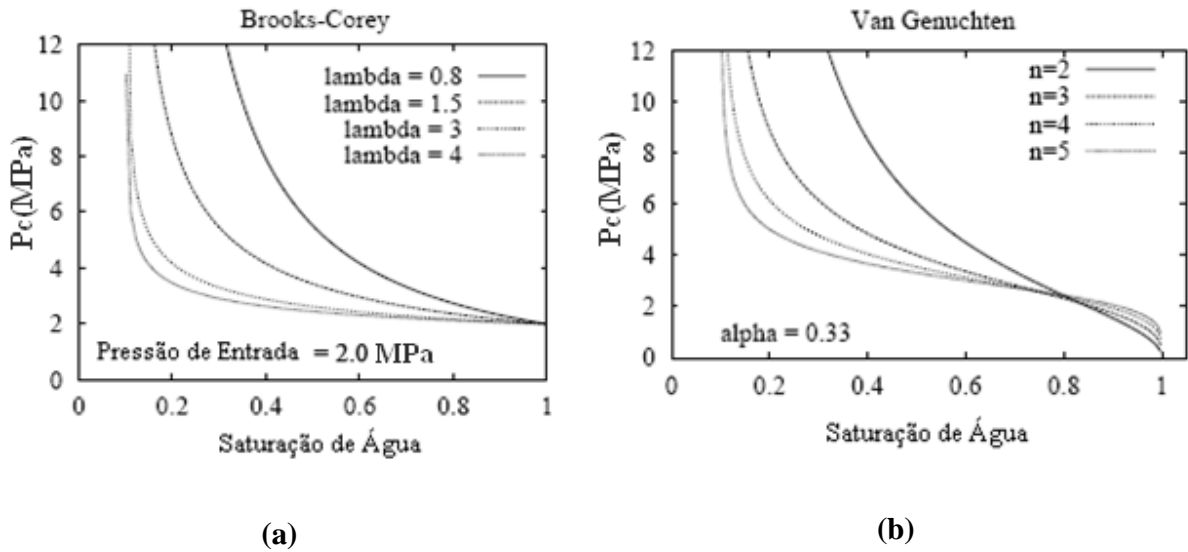
Outro modelo conhecido aplicado a problemas bifásicos e que define a pressão capilar em termos da saturação da fase molhante é o **Modelo de Van-Genutchen** que escreve a pressão capilar em termos da saturação efetiva por meios de parâmetros de ajuste  $\alpha$  (relacionado com a pressão de entrada),  $m$  e  $n$ , segundo a equação abaixo:

$$p_c(S_w) = \frac{1}{\alpha} \cdot (S_e^{-1/m} - 1)^{-1/n} \quad (10)$$

Onde:

$$2 \leq n \leq 5, \quad m = 1 - \frac{1}{n} \quad e \quad \alpha = \alpha(P_d) \quad (11)$$

A função de Van-Genutchen para diferentes valores de  $n$  e um  $\alpha$  fixo está representada graficamente na Figura 17b.



**Figura 17 – Modelos de Brooks-Corey e Van-Genuchten para determinação da pressão capilar em termos da saturação através de diferentes parâmetros.**

Existem ainda modelos de funções capilares para sistemas trifásicos como, por exemplo, a Função de Parker. A definição destas funções é imprescindível para o desenvolvimento de um modelo de fluxo bifásico em meio poroso, onde nos itens seguintes outras propriedades serão definidas de forma a complementar toda a formulação de fluxo.

### **2.1.2 Permeabilidade da Rocha e Permeabilidade Relativa**

A condutividade hidráulica  $K_f$  de um solo ou de uma rocha mede, macroscopicamente, a influência da viscosidade do fluido  $\mu_\alpha$  e a adesão na superfície dos grãos. Para um sistema bifásico esta condutividade é definida em termos do tensor de permeabilidade intrínseca (absoluta)  $\mathbf{k}$  que caracteriza o meio poroso, da permeabilidade relativa da fase (fluido)  $k_{r\alpha}$ , da densidade  $\rho_\alpha$  e da viscosidade  $\mu_\alpha$  da fase, e pela ação da gravidade  $\mathbf{g}$ , através da equação:

$$\mathbf{K}_f = \mathbf{k} \cdot k_{r\alpha} \cdot \frac{\rho_\alpha \mathbf{g}}{\mu_\alpha} \quad (12)$$

Define-se ainda a permeabilidade efetiva pelo produto entre o tensor de permeabilidade intrínseca e a permeabilidade relativa, ou seja:

$$\mathbf{k}_{efetiva} = \mathbf{k} \cdot k_{r\alpha} \quad \text{onde} \quad 0 \leq \sum_{\alpha=1}^{n_{fases}} k_{r\alpha} \leq 1 \quad (13)$$

A permeabilidade intrínseca é dependente unicamente das propriedades da matriz rochosa. É representada na forma de um **tensor de permeabilidade** cujas componentes dependerão das condições de heterogeneidade ou homogeneidade bem como da anisotropia ou isotropia do material. No caso de material heterogêneo, o tensor de permeabilidade possui nove componentes no espaço tridimensional ou quatro componentes no espaço bidimensional (Equação 14). No caso unidimensional esta propriedade consiste apenas em um escalar.

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \text{ (tridimensional) e } \mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \text{ (bidimensional)} \quad (14)$$

Em muitos casos, adota-se a permeabilidade como um tensor diagonalizado, de forma que os valores de permeabilidade são definidos em termos das direções principais. Neste caso, se o meio poroso for isotrópico, todas as componentes da diagonal principal do tensor são iguais, e em caso contrário, o meio é anisotrópico.

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_{11} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & k_{22} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & k_{33} \end{bmatrix} \text{ (tridimensional) ou } \mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & k_{22} \end{bmatrix} \quad (15)$$

Já a **permeabilidade relativa** é um número adimensional dependente da saturação e é peculiar de cada fase. Microscopicamente esta propriedade é dependente da forma e tamanho do poro preenchido por fluido. Existem aproximações analíticas para a permeabilidade relativa em termos da saturação usando a conexão entre a relação pressão capilar-saturação e permeabilidade relativa (Helmig, 1997). Isto leva, em problemas bifásicos, às funções já conhecidas de Brooks-Corey e Van-Genuchten.

O modelo de Brooks-Corey relaciona a permeabilidade relativa com a saturação através do mesmo parâmetro  $\lambda_{BC}$  adotado na função de Brooks-Corey da pressão capilar, conforme as equações a seguir:

$$k_{rw}(S_w) = (S_e)^{\frac{2+3\lambda_{BC}}{\lambda_{BC}}} \quad (16)$$

$$k_{ro}(S_w) = (1 - S_e)^2 \cdot \left( 1 - S_e^{\frac{2+\lambda_{BC}}{\lambda_{BC}}} \right) \quad (17)$$

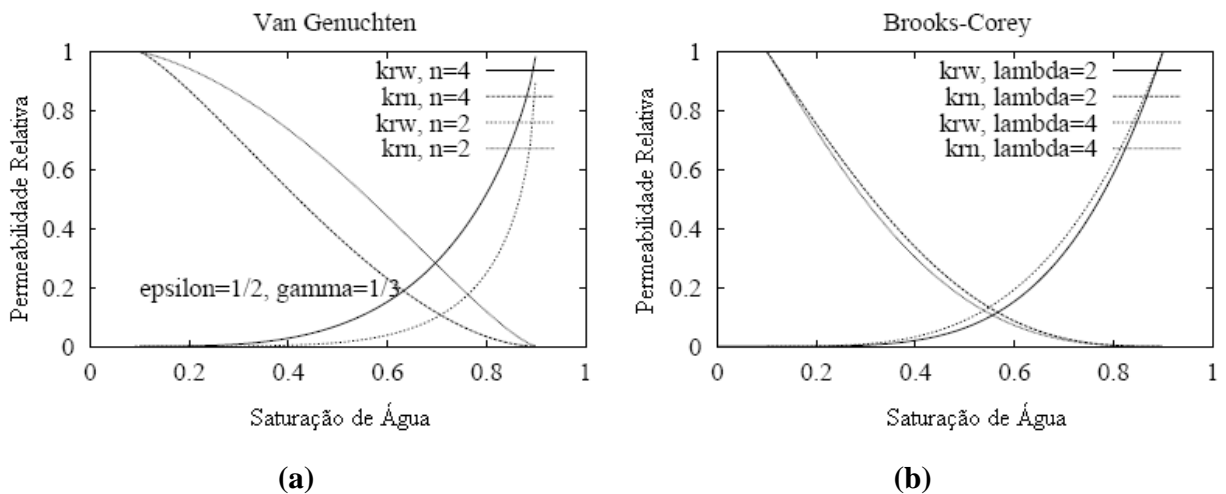
Onde  $k_{rw}$  e  $k_{ro}$  são as permeabilidades relativas de água e óleo respectivamente.

A função de Van-Genutchen para um sistema bifásico define a permeabilidade relativa em termos da saturação (Equações 18 e 19) através dos parâmetros  $n$  e  $m$  (mesmo adotado na função de pressão capilar de Van-Genutchen), e dos parâmetros  $\gamma$  e  $\varepsilon$  que consistem em parâmetros de forma que descrevem a conectividade dos poros. Valores típicos para estes parâmetros são  $\gamma = 1/3$  e  $\varepsilon = 1/2$  (Bastian, 1999).

$$k_{rw}(S_w) = S_e^\varepsilon \left[ 1 - \left( 1 - S_e^{\frac{n}{n-1}} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]^2 \quad (18)$$

$$k_{ro}(S_w) = (1 - S_e)^\gamma \left( 1 - S_e^{\frac{1}{m}} \right)^{2m} \quad (19)$$

As funções de Van-Genutchen e Brooks-Corey estão descritas graficamente na Figura 18.



**Figura 18 – Modelos de Brooks-Corey e Van-Genutchen para determinação da permeabilidade relativa em termos da saturação através de diferentes parâmetros.**

Assim como no caso das funções de pressão capilar, também existem modelos de permeabilidade relativa para sistemas trifásicos, como os modelos de Stone I e Stone II (Helmig, 1997; Ertekin *et al*, 2001).



### ***2.1.3 Equações Governantes de Fluxo Bifásico em Meios Porosos***

As equações governantes do problema de fluxo bifásico em meios porosos são definidas pelas equações de conservação de massa de água e de óleo associadas à Lei de Darcy e às equações de estado. Em geral dois tipos de formulações podem ser adotados, onde a primeira delas consiste em um método geralmente utilizado na indústria do petróleo e em softwares comerciais empregados a estes fins e para problemas ambientais (Carvalho, 2005). Esta formulação substitui a Lei de Darcy diretamente na equação de conservação de massa de cada fase, gerando um conjunto de equações diferenciais parciais parabólicas e são adotadas em trabalhos como os de Aziz (1993), Bastian e Helmig (1997), Helmig (1997), Ertekin *et al* (2001). Segundo Carvalho (2005) e Helmig (1997) é possível utilizar diferentes possibilidades na definição das variáveis dependentes do problema para esta formulação. Assim a formulação pode ser classificada em três tipos:

- *Formulação Pressão-Pressão*: as variáveis dependentes são as pressões de cada fase;
- *Formulação Pressão-Saturação*: as variáveis dependentes são a pressão de uma das fases e a saturação da outra fase, no caso de um sistema bifásico. Caso haja outras fases, as variáveis para estas serão suas saturações;
- *Formulação Saturação-Saturação*: as variáveis dependentes são as saturações de cada fase.

Outra abordagem para a formulação de problemas de fluxo multifásico em meios porosos define, diferentemente da formulação tradicional descrita anteriormente, um sistema de equações segregado a partir de manipulações das equações de conservação de massa e da Lei de Darcy, onde uma equação (parabólica quase elíptica) define o campo de pressões e outra equação (parabólica quase hiperbólica) representa o campo de saturações das fases e consiste em uma equação de advecção-difusão não-linear (Carvalho, 2005). Vários autores como Ewing (1996), Chen e Ewing (1997), Chen (2000), Chen e Huang (2003) e Gerritsen e Durlofsky (2005), entre outros, empregam este tipo de formulação onde o acoplamento entre as equações de pressão e saturação é feito através de um termo de velocidade total ou de fluxo total.

No presente trabalho foi adotada a formulação tradicional do tipo Pressão-Saturação, onde as variáveis dependentes para o problema de fluxo bifásico em meio poroso são a saturação de água  $S_w$  e a pressão de óleo  $p_o$ .

Antes de descrever as equações de conservação é necessário definir a **Lei de Darcy** que consiste em uma lei experimental desenvolvida por Henry Darcy para problema de escoamentos laminares de fluido Newtoniano em meios porosos com matriz sólida rígida. Esta lei define a velocidade de cada fase (fluxo de fluido), com relação à fase sólida, em termos do campo de pressões da fase e do efeito gravitacional, através da equação a seguir:

$$\mathbf{q}_\alpha = -\frac{\mathbf{k}k_{r\alpha}}{\mu_\alpha}(\nabla p_\alpha - \rho_\alpha \mathbf{g}) \quad (20)$$

Onde  $\mathbf{g}$  é o vetor de aceleração da gravidade,  $p_\alpha$  é a pressão da fase,  $\rho_\alpha$  é a densidade da fase e a permeabilidade relativa e viscosidade das fases são representadas por  $k_{r\alpha}$  e  $\mu_\alpha$ , respectivamente. Por fim,  $\mathbf{k}$  é o tensor de permeabilidade intrínseca (ou absoluta) da rocha. Tendo em vista que a formulação de fluxo aqui implementada foi tal que serve de base para sua extensão a um modelo *Black-oil* (Chen *et al*, 2006; Minkoff *et al*, 2003; Li *et al*, 2004), foram consideradas então algumas características deste tipo de modelo tais como os fluidos serem imiscíveis, logo não há transferência de massa entre as fases, as fases molhante e não-molhante são, respectivamente, as fases água e óleo, e, por fim, o meio é considerado isotérmico. Diante da última consideração, as variáveis de estado, isto é, as densidades das fases dependem unicamente do campo de pressões pela equação a seguir:

$$\rho_\alpha = \rho_{\alpha 0} \cdot e^{\beta_\alpha(p_\alpha - p_{\alpha 0})} \quad \alpha = w, o \quad (21)$$

Onde  $\rho_{\alpha 0}$  é a densidade inicial da fase para uma pressão de referência,  $\beta_\alpha$  é a compressibilidade do fluido e  $p_{\alpha 0}$  é a pressão de referência da fase. Em muitos casos os fluidos são admitidos incompressíveis e sua densidade não varia com a pressão, porém ao admitir-se compressibilidade é fornecida uma física mais consistente ao problema e com efeito relevante no comportamento do fluido, como em um caso de fluxo de fluido ao longo de uma estrutura de falha selante que foi reativada (aberta), por exemplo.

Outra propriedade dos fluidos a ser definida é a **mobilidade**  $\lambda_\alpha$  que consiste na relação entre a permeabilidade relativa e a viscosidade de cada fase.

$$\lambda_\alpha = \frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \quad (22)$$

Portanto, no modelo de fluxo bifásico de água e óleo adotado neste trabalho, as equações que regem o problema são de conservação de água e óleo para o meio poroso definidas a seguir onde o primeiro termo é chamado termo de armazenamento (termo temporal), o segundo termo é o termo de fluxo (termo divergente que envolve o campo de pressões e a lei de Darcy) e o terceiro é definido como termo de fonte/sumidouro de massa  $f_\alpha$  da fase.

$$\frac{\partial(\Phi S_\alpha \rho_\alpha)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_\alpha \mathbf{q}_\alpha) + f_\alpha = 0 \quad \alpha = w, o \quad (23)$$

As equações podem ser expressas de forma expandida ao substituir as Equações 20 e 22 na Equação 23.

$$\frac{\partial(\Phi S_\alpha \rho_\alpha)}{\partial t} + \nabla \cdot (-\rho_\alpha \mathbf{k} \lambda_\alpha (\nabla p_\alpha - \rho_\alpha \mathbf{g})) + f_\alpha = 0 \quad \alpha = w, o \quad (24)$$

As relações adicionais advêm das definições das saturações das fases e da pressão capilar (como funções da saturação da água). Como já visto a saturação de uma fase é a fração do volume dos poros que ela ocupa. A soma de todas as saturações das fases que preenchem os poros do meio poroso (no caso bifásico: água e óleo) é igual à unidade:

$$S_w + S_o = 1 \quad (25)$$

A outra equação complementar refere-se à pressão capilar  $p_c$ , definida pela descontinuidade entre as pressões das fases devido à tensão de interface entre os dois fluidos imiscíveis:

$$p_c = p_o - p_w \quad (26)$$

De uma forma geral pode-se resumir as relações complementares como funções de outras variáveis conforme a Tabela 1.

**Tabela 1 – Descrição de relações complementares para formulação de fluxo bifásico.**

Relações Complementares	Tipo de Variável
$S_o = 1 - S_w$	(Saturação)
$p_w = p_o - p_c$ $p_c = p_c(S_w)$	(Pressão)
$\rho_w = \rho_w(p_w) = \rho_w(p_o, S_w)$ $\rho_o = \rho_o(p_o)$	(Densidade)
$\lambda_w = \frac{k_{rw}(S_w)}{\mu_w}$ $\lambda_o = \frac{k_{ro}(S_o)}{\mu_o} = \frac{k_{ro}(1 - S_w)}{\mu_o}$	(Mobilidade)

O comportamento do sistema de equações resultante é fortemente acoplado e fortemente não-linear devido à dependência não-linear das pressões capilares e das permeabilidades relativas quanto à saturação. Esta não-linearidade é reforçada pelo fato de que as relações constitutivas bem como o comportamento do fluxo no meio poroso podem variar consideravelmente. Segundo Helmig (1997) a vantagem de se utilizar uma formulação pressão-saturação é a de se poder aplicar a sistemas com subdomínios de pequenos gradientes de pressão capilar ( $\frac{\partial p_c}{\partial S_w} \cong 0$ ), tendo em vista que os efeitos capilares são incluídos explicitamente no sistema de equações. É ainda possível utilizar qualquer uma das combinações  $p_o - S_w$ ,  $p_w - S_w$ ,  $p_w - S_o$  sendo a última a adotada neste trabalho.

As condições inicial e de contorno apropriadas dependem do problema particular a ser resolvido. Como valor inicial, por exemplo, pode-se assumir que para o tempo  $t=0$  os valores  $p_o(x,0), S_w(x,0)$  são conhecidos em todo o reservatório. Já para valores de contorno, é comum prescrever valores de  $p_w$  na fronteira de injeção e de  $p_o$  no poço produtor, sendo estas definidas como Condições de Contorno de Dirichlet. Existe ainda a condição de contorno de Neumann, onde se prescreve o fluxo de fluido no contorno, em geral aplica-se uma vazão de

água  $\mathbf{q}_w \cdot \mathbf{n}$  para o poço injetor e de óleo  $\mathbf{q}_o \cdot \mathbf{n}$  para o produtor, onde  $\mathbf{n}$  é o vetor normal ao contorno onde a condição é prescrita.

## 2.2 FORMULAÇÃO MECÂNICA PARA MEIO POROSO DEFORMÁVEL

O reservatório é considerado como um meio poroso deformável, onde grande parte dos seus poros é interligada (onde ocorre o fluxo de fluidos) e existem ainda poros isolados, também preenchidos por fluidos (fluido aprisionado). Quando há variação da pressão destes fluidos, decorrente da produção de hidrocarbonetos, há uma redistribuição das tensões no reservatório e o meio rochoso passa a ser sobrecarregado e, conseqüentemente, sofre deformações. As equações que regem este fenômeno são descritas a seguir.

### 2.2.1 Equação de Equilíbrio de Tensões

O problema mecânico é definido pela solução, admitindo-se um corpo em equilíbrio, da equação de equilíbrio de tensões (Equação 27) definida pelo divergente do tensor de tensões totais  $\boldsymbol{\sigma}$  somado ao vetor de forças de corpo  $\mathbf{b}$  e igualado a zero:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (27)$$

Seguindo o Princípio das Tensões Efetivas de Terzaghi, a tensão total relaciona-se com a tensão efetiva  $\boldsymbol{\sigma}'$  e com a poro-pressão  $p_s$  conforme a Equação 28:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' + p_s \mathbf{I} \quad (28)$$

Onde  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade, e a poro-pressão pode ser definida como função das pressões  $p_\alpha$  e saturações  $S_\alpha$  das fases (Wan, 2002; Tran *et al*, 2005). A partir das Equações 25 e 26 pode-se obter uma forma bastante simples e intuitiva para a pressão de poros na rocha, adotando-a como a média ponderada das pressões das fases tendo como pesos suas respectivas saturações:

$$p_s = \sum_{\alpha=1}^{n\alpha} S_{\alpha} p_{\alpha} = S_o p_o + S_w p_w = p_o (1 - S_w) + S_w p_w = p_o - S_w p_c \quad (29)$$

Substituindo a Equação 29 na Equação 28, e o resultado na Equação 27 obtém-se a forma estendida da equação de equilíbrio de tensões:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}' - \nabla (p_o - S_w p_c) + \mathbf{b} = 0 \quad (30)$$

Esta equação calcula a mudança no estado de tensões efetivas (tensão na rocha), que tende a aumentar com o decréscimo da poro-pressão.

### 2.2.2 Relação Deformação-Deslocamento

Quando ocorrem variações no estado de tensões de um corpo, este se desloca com relação a sua configuração inicial. A deformação está ligada ao deslocamento do grão e a definição de deformação, mais comumente utilizada na engenharia, e limitada apenas para problemas com pequenas deformações (não é possível utilizar em problemas de não-linearidade e instabilidade geométrica, por exemplo), é obtida pelo *tensor de deformações infinitesimais*  $\boldsymbol{\varepsilon}$  (Tran *et al*, 2005; Gomes, 2006). O acoplamento entre as equações de fluxo e mecânicas está presente apenas na parcela volumétrica da deformação  $\varepsilon_v$  (Jha, 2005). Logo:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} \varepsilon_v \mathbf{I} + \mathbf{e} \quad \text{sendo} \quad \varepsilon_v = \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (31)$$

Onde  $\mathbf{e}$  é a parte desviadora do tensor de deformações e a deformação volumétrica  $\varepsilon_v$  tem sua aplicação na equação de fluxo bifásico em meio poroso deformável (consideração do acoplamento hidro-geomecânico), pois ela é utilizada para atualizar a porosidade e permeabilidade do meio poroso, definindo suas variações em função da alteração do campo de pressões e, conseqüentemente, do estado de tensões efetivas.

As condições de contorno aplicadas às equações mecânicas são de dois tipos: forçada (Dirichlet ou essencial) e natural (tipo Neumann), onde são prescritos deslocamentos  $\bar{u}$  na fronteira  $\Gamma_u$  e forças de superfície  $\mathbf{h}$  na fronteira  $\Gamma_h$  (Gomes, 2006). Então:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(x,t) &= \bar{\mathbf{u}}(x,t) \text{ em } \Gamma_u \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} &= \mathbf{h}(x,t) \text{ em } \Gamma_h \end{aligned} \quad (32)$$

Onde  $x$  é a posição e  $t$  é o tempo que, no caso quasi-estático, consiste numa variável paramétrica que descreve a configuração atual.

### ***2.2.3 Relação Constitutiva Tensão-Deformação: Teoria da Plasticidade e Regularização Viscosa (Modelo de Perzyna).***

Os comportamentos elásticos e plásticos de um material são distintos, sendo o primeiro caracterizado pela ocorrência de deformações reversíveis quando cessada a solitação a qual o corpo encontra-se submetido. Já no caso da plasticidade o material, quando solitado, a partir de certo nível de tensões apresenta deformações plásticas ou irreversíveis dependentes da história de tensões do material e de suas propriedades de resistência, ou seja, coesão e ângulo de atrito, tendo uma lei de fluxo plástico definida em termos da taxa de tensão, de deformação plástica e de variáveis de estado que definem o endurecimento.

A viscoplasticidade pode ser adotada como um processo de regularização da plasticidade, em processos onde modelos puramente plásticos geralmente falham, como por exemplo em problemas que envolvem a formação de linhas de ruptura ou deslizamento, característicos de casos de estabilidade de taludes, reativação de falhas, entre outros.

Logo, a relação constitutiva tensão-deformação adotada aqui, consiste em modelos elastoplásticos que são definidos por uma função de fluência  $F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})$ , obtida em função do estado de tensões atuante e dos parâmetros plásticos do material. Quando  $F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}) < 0$ , o material comporta-se elasticamente e é analisado pela relação entre os vetores de componentes de tensões  $\boldsymbol{\sigma}$  e de deformações  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , através do tensor elástico  $\mathbf{D}_e$ . Já quando  $F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}) = 0$ , ocorrem as deformações plásticas que considera a existência dos parâmetros plásticos ( $\boldsymbol{\kappa} \neq 0$ ). Neste caso o modelo constitutivo adotado, relaciona o estado de tensões com as deformações totais, através de um tensor elastoplástico  $\mathbf{D}_{ep}$  (Equação 33). Este tensor é obtido pela aplicação, à Equação 33, das hipóteses básicas da teoria da plasticidade: decomposição aditiva, relação elástica isotrópica, regra de fluxo, condições de complementaridade e consistência e lei de

endurecimento, onde todas estas hipóteses são detalhadas em trabalhos como Abbo (1997), Potts e Zdravković (1999), Souza (2004) e Gomes (2006).

O entendimento do comportamento elastoplástico do material pode ser obtido analisando a resposta tensão-deformação onde o material se comporta elasticamente enquanto a tensão não exceder o valor de limite elástico ( $\sigma_{y\text{inicial}}$ ). Não cessando o carregamento, a tensão supera este limite e o regime elástico não ocorre, onde ao descarregar-se o material, a deformação não será totalmente recuperada, ou seja, existirá uma parcela de deformação residual ou plástica ( $\dot{\epsilon}^P$ ). A continuidade do ciclo repetirá o comportamento descrito, resultando em parcelas de deformação elástica ( $\dot{\epsilon}^e$ ) e num aumento de deformação plástica.

$$\dot{\sigma} = \mathbf{D}_{ep} \dot{\epsilon} \quad \text{sendo} \quad \dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^P \quad (33)$$

Portanto, o tensor elastoplástico é determinado em função do tensor elástico e dos gradientes da função de fluência  $F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})$  e potencial plástico  $P(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{m})$  com relação ao estado de tensões, parâmetros  $a = \frac{\partial F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})}{\partial \sigma}$  e  $b = \frac{\partial P(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{m})}{\partial \sigma}$  respectivamente, onde para plasticidade associada  $F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}) = P(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{m})$ . Utiliza-se ainda, na determinação do tensor elastoplástico, um parâmetro escalar  $A$  que é função do multiplicador plástico  $\Lambda$  e do gradiente da função de fluência com relação aos parâmetros plásticos  $\boldsymbol{\kappa}$  (Abbo, 1997; Gomes, 2006; Gomes *et al*, 2006b).

$$\mathbf{D}_{ep} = \mathbf{D}_e - \frac{\mathbf{D}_e \cdot \left\{ \frac{\partial P(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})}{\partial \sigma} \right\} \cdot \left\{ \frac{\partial F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})}{\partial \sigma} \right\}^T \mathbf{D}_e}{\left\{ \frac{\partial F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})}{\partial \sigma} \right\}^T \cdot \mathbf{D}_e \cdot \left\{ \frac{\partial P(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})}{\partial \sigma} \right\} + A} \quad (34)$$

É adotada ainda a regularização viscosa da plasticidade através do modelo de Perzyna (Gomes, 2006), para o critério de Mohr Coulomb, que permite a obtenção do comportamento do material em função do tempo. Isso é possível, pois, neste modelo o estado de tensões alcançado a partir do incremento de tensão pode assumir valores que excedam a superfície de fluência. Neste a deformação total é decomposta em uma parcela elástica e em outra viscoplástica.



As equações constitutivas da viscoplasticidade são apresentadas como condições ótimas de uma função regularizada representando a máxima dissipação viscoplástica. No processo plástico a função  $F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})$  é estritamente não-positiva e a dissipação máxima plástica  $D_P(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^P, \dot{\boldsymbol{\kappa}})$  é função da taxa de deformação plástica  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^P$  e dos parâmetros de estado  $\dot{\boldsymbol{\kappa}}$  (Equação 35), sendo definida no espaço das tensões plasticamente admissíveis  $P = \{(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}) \mid F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}) \leq 0\}$ . Porém, no processo viscoplástico a função  $F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})$  pode ser positiva, onde a máxima dissipação plástica com restrição sofre uma transformação que consiste em adotar uma penalização  $\varphi^+ : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$  para a restrição  $F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}) \leq 0$ , onde se usa um parâmetro de regularização viscosa  $\eta$  para definir a intensidade desta penalização. A dissipação viscoplástica pode ser então expressa na forma regularizada conforme a Equação 36.

$$D_P(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^P, \dot{\boldsymbol{\kappa}}) = \sup_{(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}) \in P} \{ \boldsymbol{\sigma} \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^P - \boldsymbol{\kappa} \cdot \dot{\boldsymbol{\kappa}} \} \quad (35)$$

$$D_{vp}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{VP}, \dot{\boldsymbol{\kappa}}) = \sup_{(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})} \{ \boldsymbol{\sigma} \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{VP} + \boldsymbol{\kappa} \cdot \dot{\boldsymbol{\kappa}} - \eta^{-1} \varphi^+(F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})) \} \quad (36)$$

Portanto, na viscoplasticidade, a função de dissipação é expressa por um problema de maximização sem restrições (Costa, 2004), onde o parâmetro viscoso  $\eta \in (0, +\infty)$  e a função de penalização  $\varphi^+$  é definida como:

$$\varphi^+(F) = \frac{1}{N+1} \left( \frac{F}{\sigma_y} \right)^N \quad \text{onde} \quad \langle \varphi^+(F) \rangle = \begin{cases} \varphi^+(F) & \text{se } (F) > 0 \\ 0 & \text{se } (F) \leq 0 \end{cases} \quad (37)$$

Sendo  $\sigma_y$  a tensão de escoamento limite e  $N$  o parâmetro que indica a sensibilidade do material à dependência de taxas. Durante o processo de descarregamento, o modelo de Perzyna continua ativo e com isso, até que se atinja a tensão de escoamento limite  $\sigma_y$ , o descarregamento não é elástico (Costa, 2004). Recupera-se o modelo de plasticidade

independente de taxas quando o coeficiente  $N \rightarrow +\infty$  e quando o parâmetro de regularização viscosa  $\eta \rightarrow 0$ .

Com a função de penalidade  $\varphi^+$  sendo de classe  $X^1$ , é suficiente para que a função de fluência  $F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})$  seja diferenciável, assegurando a diferenciabilidade da dissipação  $D_{vp}$ .

Portanto, a regra de fluxo plástico do modelo de Perzyna (Gomes, 2006; Gomes *et al*, 2006a; Gomes *et al*, 2006c), que define a direção das deformações viscoplásticas, é a mostrada na Equação 38, que consiste na modificação da utilizada na análise plástica, através de um multiplicador viscoplástico  $\lambda_{vp}$ :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \lambda_{vp} \cdot \frac{\partial P(\dot{\boldsymbol{\sigma}}, \dot{\boldsymbol{q}})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\langle \varphi^+(F(\dot{\boldsymbol{\sigma}}, \dot{\boldsymbol{q}})) \rangle}{\eta} \cdot \frac{\partial P(\dot{\boldsymbol{\sigma}}, \dot{\boldsymbol{q}})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (38)$$

Assim como na plasticidade, ao considerar-se o modelo associado, a função de potencial  $P(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{q})$  é igual à função de fluência  $F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{q})$ .

O modelo de Perzyna leva, ainda, à adoção de uma nova matriz tangente em função do gradiente de deformação viscoplástica (Gomes, 2006), definida no ANEXO A.

## 2.3 MODELOS CONSTITUTIVOS MECÂNICOS

Neste trabalho aplica-se o modulo geomecânico de forma a obter um comportamento da rocha o mais próximo da resposta física esperada. Para isto torna-se necessária a adoção de modelos constitutivos que utilizem uma formulação compatível com o comportamento da rocha reservatório e suas adjacências (*overburden*, *underburden* e *sideburden*) bem como para a estrutura de falha geológica que atravessa o reservatório e se estende às camadas acima e abaixo deste.

Logo se adotam para as simulações numéricas nesta tese dois modelos de plasticidade sendo um deles o modelo de Camclay Modificado para o problema de compactação de reservatório. O outro modelo é o de Mohr Coulomb, adotado para representar o comportamento da estrutura de falha geológica selante, levando em conta o comportamento dilatante do material e definindo a

reativação da falha pelo aumento da permeabilidade da mesma em função das deformações plásticas cisalhantes.

Por conveniência computacional, para plasticidade isotrópica, a função de fluência destes modelos é definida em termos de três invariantes de tensão resultantes da combinação das tensões principais  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ . Logo, a tensão média  $p$ , a tensão desviadora  $J$  e o ângulo de Lode  $\theta$ , são os três invariantes considerados para a plasticidade e são obtidos a partir dos invariantes de tensão e deformação para modelos elásticos, sendo definidos por:

$$p = \frac{I_1}{3} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (39)$$

$$J = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (40)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left[ -\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sigma_1 - 2\sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right] \quad -30^\circ \leq \theta \leq 30^\circ \quad (41)$$

A interpretação destes invariantes encontra-se descrita em Potts e Zdravković, (1999) e Gomes (2006), onde, do ponto de vista de laboratório, a tensão média representa o confinamento da amostra (compressão), a tensão desviadora representa o cisalhamento da amostra (comportamento cisalhante do material) e o ângulo de Lode define a distância entre a tensão principal  $\sigma_2$  às tensões  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$ .

### ***2.3.1 Modelo Cam-Clay Modificado***

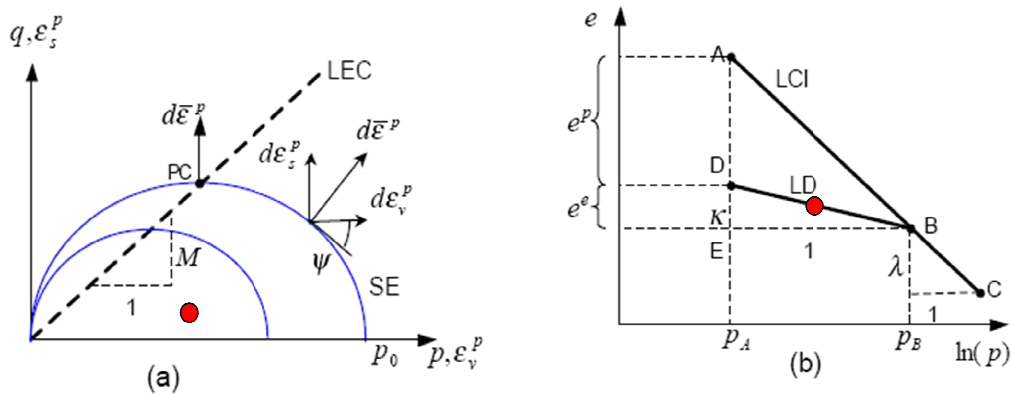
O modelo constitutivo Cam-Clay Modificado (Potts e Zdravković, 1999) é representado por uma superfície de fluência na forma de uma elipse no espaço  $p$ - $q$  (tensões média e desviadora, respectivamente), definida através da projeção de uma linha de estados críticos (LEC) passando pela origem do espaço  $p$ - $q$  e com inclinação  $M$ . O tamanho da superfície de fluência é dado pela tensão de pré-adensamento  $p_0^*$ , que é a maior tensão efetiva à qual a rocha já foi submetida.

A superfície de fluência, no plano J-p, é definida por uma elipse limitada pela tensão de pré-adensamento  $p_0^*$ , definida pela Equação 39.

$$F(\boldsymbol{\sigma}, p_0^*) = F(p, J, \theta, p_0^*) = 3J^2 - \left( \frac{g(\theta)}{g(-30^\circ)} \right)^2 M^2 p(p_0^* - p) = 0 \quad (42)$$

$$g(\theta) = \frac{\text{sen}\phi}{\cos\phi + 0,577\text{sen}\theta\text{sen}\phi} \quad (\text{Função de Lode}) \quad (43)$$

Onde  $\phi$  é o ângulo de atrito do material. A declividade da LEC é o parâmetro  $M$  que é definido em termos da Função de Lode e é variável no estado multiaxial de tensões onde o ângulo de Lode é variável e a LEC varia. Do ponto de vista de laboratório, a LEC não é alterada tendo em vista que neste caso o estado de tensões é triaxial e  $\theta = -30^\circ$ . A Função de Lode corrige a função de fluência para estados de tensões diferentes dos triaxiais.



● Estado de tensões efetivas inicial

**Figura 19 – Estado inicial de tensões no modelo CamClay Modificado: (a) Superfície de Fluência; (b) Curva de Carga-Descarga do ensaio edométrico.**

O modelo baseia-se no comportamento de um material submetido a um carregamento de compressão drenada isotrópico ( $\sigma'_1 = \sigma'_2 = \sigma'_3$ ), que se move com inclinação  $\lambda$  ao longo da linha de adensamento isotrópico (LCI) no espaço índice de vazios versus tensão média:

$$e + \lambda \ln(p) = e_1 \quad (44)$$

Onde  $e_1$  é o índice de vazios para  $p=p_A$  na Figura 19b.

A variação volumétrica ao longo da linha de adensamento isotrópico (compressão virgem), LCI, é irreversível ou plástica, enquanto que a variação de volume ao longo da linha de descompressão (LD) é reversível ou elástica.

Portanto, ao descarregar-se o material, o mesmo segue a trajetória da linha de descompressão (LD) de inclinação  $\kappa$ , recuperando as deformações elásticas  $\varepsilon^e$ .

A deformação volumétrica elástica  $\varepsilon_v^e$  é definida por:

$$d\varepsilon_v^e = \frac{\kappa}{1+e} \frac{dp}{p} \quad (45)$$

A Lei de Endurecimento/Amolecimento é isotrópica e é controlada pela tensão de pré-adensamento  $p_0^*$ , sendo definida em termos da deformação volumétrica plástica  $\varepsilon_v^p$  através da seguinte expressão:

$$\frac{dp_0^*}{p_0^*} = d\varepsilon_v^p \cdot \frac{1+e}{\lambda - \kappa} \quad (46)$$

O modelo se completa com a definição do módulo elástico volumétrico  $K$  (parâmetro não-linear obtido no ensaio edométrico):

$$K = \frac{1+e}{\kappa} p \quad (47)$$

A direção da deformação plástica  $\varepsilon^p$  é definida através da Regra de Fluxo Plástico (Equação 48) que relaciona o módulo plástico  $\Lambda$  com o vetor normal  $n$  à superfície de potencial plástico (Equação 49). Esta superfície fornece a real direção da plastificação e é definida pelo ângulo de dilatância  $\alpha$  do material que mobiliza a superfície de fluência de forma que a deformação plástica muda de direção (vetor normal à superfície de potencial  $n = \frac{\partial G(\boldsymbol{\sigma}, P_0^*)}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$  é diferente do vetor normal à superfície de fluência  $n = \frac{\partial F(\boldsymbol{\sigma}, P_0^*)}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$ ). No caso de plasticidade associada, as funções de fluência e potencial são iguais, tendo em vista que o ângulo de dilatância é igual ao ângulo de atrito e com isso a deformação plástica é a mesma para ambas as superfícies (Equação

50). No código CODE\_BRIGTH está programado tanto com plasticidade associada quanto não-associada.

$$\varepsilon^p = \Lambda n = \Lambda \frac{\partial G(\boldsymbol{\sigma}, P_0^*)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \rightarrow n = \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial G}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial G}{\partial J} \frac{\partial J}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial G}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (48)$$

$$G(\boldsymbol{\sigma}, p_0^*) = G(p, J, \theta, p_0^*) = 3J^2 \alpha - \left( \frac{g(\theta)}{g(-30^\circ)} \right)^2 M^2 p (p_0^* - p) = 0 \quad (49)$$

$$\varepsilon^p = \Lambda \frac{\partial G(\boldsymbol{\sigma}, P_0^*)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \Lambda \frac{\partial F(\boldsymbol{\sigma}, P_0^*)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (50)$$

O efeito da plastificação é controlado pela tensão de pré-adensamento (variável de grande importância e com grande incerteza) da rocha, que é a máxima tensão média efetiva já sofrida pela rocha, sendo a variável de história do modelo Cam-Clay Modificado que controla o tamanho da superfície de fluência.

O material apresenta comportamentos distintos a partir do ponto PC (ponto no qual a LEC intercepta a superfície de fluência) da Figura 19, a partir do qual a deformação plástica muda de direção e sentido (no sentido do eixo  $q$ ). Se o estado de tensões toca a superfície de fluência à esquerda do ponto PC ocorre o fenômeno da **dilatância** do material, que consiste no aumento do volume por cisalhamento, observado através da deformação plástica volumétrica  $\varepsilon_v^p$  (negativo). Caso contrário, ou seja, se o estado de tensões toca a superfície à direita do ponto PC ocorre o fenômeno de compressão plástica com  $\varepsilon_v^p$  (positivo).

Em outras palavras, de acordo com a variação da tensão de pré-adensamento o material apresentará diferentes comportamentos, ou seja, ocorrerá *softening* se o incremento de tensão de pré-adensamento  $dp_0^*$  for negativo, onde a superfície de fluência sofrerá contração e o estado de tensões leva à ocorrência de dilatância. Em caso contrário, isto é, quando  $dp_0^*$  for positivo ocorrerá o *hardening* e a superfície de fluência sofre expansão e o material sofre compressão plástica. Estes fenômenos são definidos através da Lei de *Hardening* do modelo Cam-Clay

Modificado onde os incrementos de deformação plástica volumétrica  $d\varepsilon_v^p$  e de tensão de pré-adensamento  $dp_0^*$  são definidos pela Equação 46.

A partir da condição de consistência do modelo é possível obter o módulo plástico (Potts e Zdravković, 1999) cuja expressão final pode ser vista na Equação 51. Ao substituir o valor desta variável na resposta elástica do material (Equação 52) determina-se o tensor constitutivo elastoplástico (Equação 53).

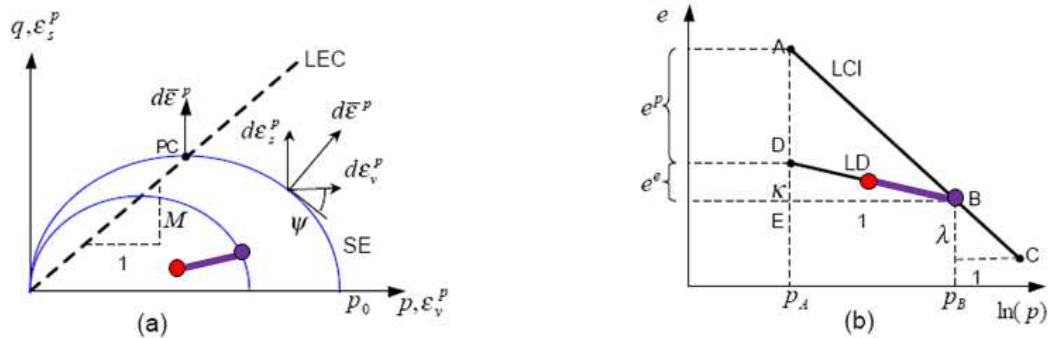
$$\Lambda = \frac{\mathbf{n}^T \mathbf{D}_e d\varepsilon}{\mathbf{n}^T \mathbf{D}_e \mathbf{n}_G + H} \quad \rightarrow \quad H = -\lambda \frac{\partial F}{\partial P_0^*} \frac{(1+e)P_0^*}{\lambda - \kappa} \quad \text{e} \quad \mathbf{n}_G = \frac{\partial G}{\partial \sigma} \quad (51)$$

$$d\sigma = \mathbf{D}_e (d\varepsilon - d\varepsilon^p) = \mathbf{D}_e (d\varepsilon - \lambda \mathbf{n}_G) \quad (52)$$

$$d\sigma = \mathbf{D}_e \left[ \mathbf{I} - \frac{1}{\mathbf{n}^T \mathbf{D}_e \mathbf{n}_G + H} \mathbf{n}_G \mathbf{n}^T \mathbf{D}_e \right] d\varepsilon \quad \rightarrow \quad \mathbf{D}_{ep} = \mathbf{D}_e \left[ \mathbf{I} - \frac{1}{\mathbf{n}^T \mathbf{D}_e \mathbf{n}_G + H} \mathbf{n}_G \mathbf{n}^T \mathbf{D}_e \right] \quad (53)$$

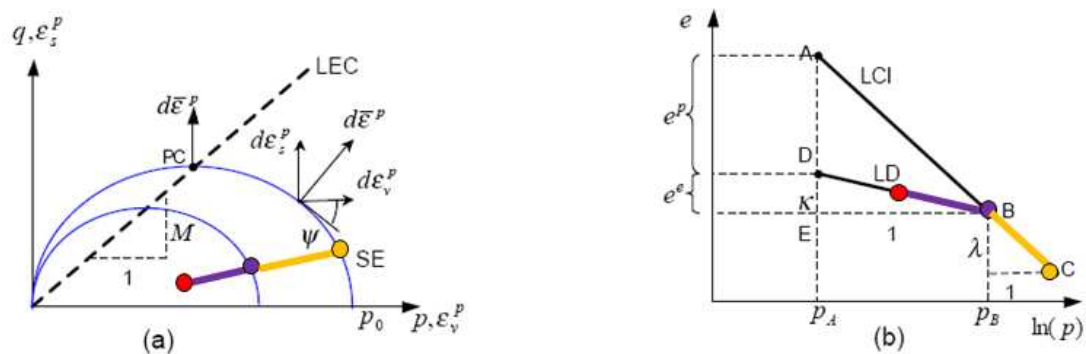
Este modelo é interessante para reproduzir o fenômeno de compactação de reservatórios, pois sua superfície de fluência fechada limita os estados de compressão de maneira que, atingida a superfície de fluência, o material começa a deformar-se mais e de maneira irreversível. O estado de compressão é gerado no interior do reservatório justamente devido ao aumento da tensão efetiva causado pela diminuição das pressões dos fluidos decorrente da abertura dos poços produtores.

Ao abrir-se o poço a pressão do fluido no interior do reservatório cai e as tensões efetivas aumentam levando à compressão e deformação da rocha caracterizando assim um comportamento de compressão elástica (reversível). Isto é representado pelo incremento de tensão, a partir do estado inicial de tensões (Figura 19), na direção da superfície de fluência (Figura 20) e a partir deste ponto a rocha passa a deformar-se plasticamente, levando à compressão plástica (irreversível) como observado na Figura 21.



- Estado de tensões efetivas inicial
- Abre-se o poço: pressão de fluido cai → tensões efetivas aumentam e solo se comprime
- Compressão elástica (reversível)

Figura 20 – Compressão elástica no modelo CamClay Modificado: (a) Superfície de Fluência; (b) Curva de Carga-Descarga do ensaio edométrico.



- Estado de tensões efetivas inicial
- Abre-se o poço: pressão de fluido cai → tensões efetivas aumentam e solo se comprime
- Compressão elástica (reversível)
- Compressão plástica (irreversível)

Figura 21 – Compressão elástica no modelo CamClay Modificado: (a) Superfície de Fluência; (b) Curva de Carga-Descarga do ensaio edométrico.

### 2.3.2 Modelo de Mohr Coulomb

O critério de plasticidade de Mohr-Coulomb consiste em um modelo, com regra de fluxo plástico associada ou não-associada, em que suas leis constitutivas são utilizadas para o estudo



do comportamento de solos e rochas, e também tem uma grande importância que consiste no fato de que todos os seus parâmetros têm significados físicos diretos e podem ser medidos através de testes ou ensaios convencionais.

Neste critério a tensão tangencial máxima resistida depende do próprio estado tensional no ponto, e a envoltória de ruptura definida neste modelo, em termos de tensões efetivas (por exemplo), é caracterizada pelos parâmetros de coesão  $c$  e ângulo de atrito interno  $\phi$ , e é tangente aos círculos de Mohr.

A forma mais simples deste critério é expressa como função das tensões normais  $\sigma$  e cisalhantes  $\tau$  sobre o plano de ruptura. Logo, o critério caracteriza a fluência do material através da tensão tangencial (cisalhante), cuja expressão é:

$$\tau = c + \sigma \tan \phi \quad (54)$$

Onde  $c$  é a coesão e  $\phi$  o ângulo de atrito.

O critério de Mohr Coulomb escrito em termos das tensões efetivas principais maior e menor,  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$  respectivamente, leva a uma nova forma da equação da envoltória de ruptura:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2c \cos(\phi) + (\sigma_1 + \sigma_3) \operatorname{sen}(\phi) \quad (55)$$

A Equação 55 consiste no critério de plastificação de Mohr Coulomb, cuja função de fluência é definida a partir desta expressão, assumindo então, a forma seguinte:

$$F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}) = \sigma_1 - \sigma_3 - 2c \cos(\phi) - (\sigma_1 + \sigma_3) \operatorname{sen}(\phi) \quad (56)$$

Como já discutido, para o caso de isotropia, a superfície de fluência independe do sistema de referência e será definida em função dos invariantes de tensões  $p, J, \theta$ .

$$F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}) = F(p, J, \theta, \boldsymbol{\kappa}) = J - \left( \frac{c}{\tan(\phi)} + p \right) g(\theta) = 0 = J - (-p + a)g(\theta) \quad (57)$$

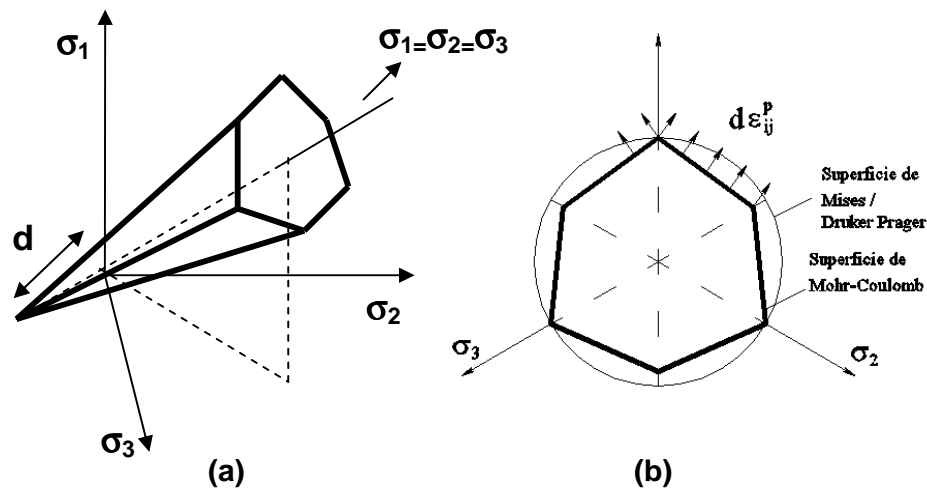
Onde:

$$g(\theta) = \frac{\operatorname{sen}(\phi)}{\cos(\theta) + \frac{\operatorname{sen}(\theta)\operatorname{sen}(\phi)}{\sqrt{3}}} \quad \text{e} \quad a = \frac{c}{g(\theta)} \quad (58)$$

A superfície de fluência é, então, representada por um sólido formado por seis planos, cada um correspondendo às possíveis seis combinações entre as tensões. Este sólido consiste em uma pirâmide de base hexagonal irregular (Figura 22a), cuja distância do vértice da pirâmide à origem do espaço de tensões é:

$$d = \sqrt{3}.c.\cot \phi \quad (59)$$

As arestas da superfície de Mohr Coulomb representam pontos de singularidade no cálculo do vetor de fluxo plástico, e isso se deve ao fato de que a direção deste vetor ser indeterminada nas arestas localizadas em  $\theta = \pm 30^\circ$ . Neste caso ocorre uma descontinuidade do gradiente nestes pontos o que leva a problemas numéricos na implementação em programas que utilizam o método dos elementos finitos com solução via Método de Newton-Raphson, que envolve um termo de derivadas (Jacobiano).

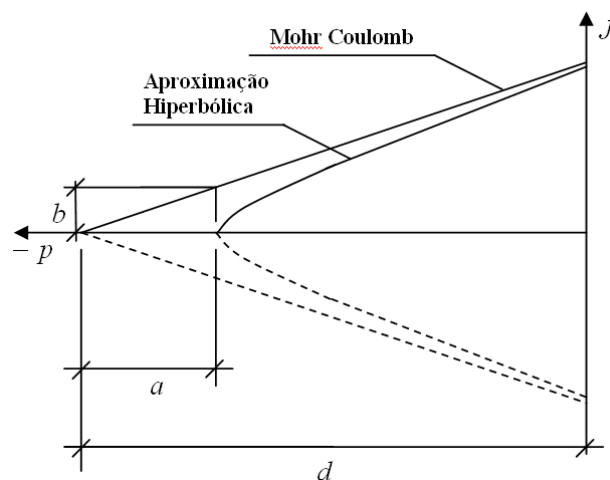


**Figura 22 – Superfície de Fluência de Mohr Coulomb: (a) representação no espaço das tensões principais; (b) plano octaédrico e direção de deformação plástica.**

O tipo de suavização da função de fluência de Mohr Coulomb adotado neste trabalho é o apresentado por Abbo (1997). Este método de suavização consiste em um arredondamento hiperbólico na função de fluência (Figura 23) de forma a eliminar a singularidade do vértice da superfície de fluência, o que torna necessário utilizar apenas um parâmetro adicional. Uma grande vantagem deste método é que a aproximação torna-se, com o aumento da tensão média,

assíntota rapidamente à superfície de fluência original. Daí obtém-se uma nova superfície de fluência, interna à superfície de Mohr Coulomb original, que por sua vez dará ao solo uma menor resistência.

Sousa (2004) explica que o ponto de singularidade referente ao vértice da superfície de fluência tem maior importância quando os parâmetros de resistência, coesão e ângulo de atrito, são baixos, pois, isso leva a uma elevação da tensão média que se encontrará mais próxima à origem da superfície de fluência. Maiores detalhes acerca deste tipo de suavização podem ser encontrados no trabalho de Gomes (2006). Várias outras propostas de correção deste problema foram feitas, dentre as quais a de Matsuoka e Nakai (1974), Zienkiewics e Pande (1977), Sloan e Booker (1986), Sheng et al. (2000). Estas propostas têm o objetivo de solucionar o problema de singularidades através da suavização da função de Mohr Coulomb.



**Figura 23 - Aproximação Hiperbólica da Função da Superfície de Mohr Coulomb.**

Adota-se a **Regra de Fluxo Plástico** que consiste em uma equação evolutiva, que relaciona incrementos de deformação com gradientes de uma função do potencial de plastificação  $P = (\sigma, m)$ , que define a direção do incremento de deformação. Considera-se implicitamente que, em casos uniaxiais, o local de ocorrência das deformações plásticas tem a mesma direção que as tensões aplicadas, entretanto, há uma maior complicação dessa situação para um caso multiaxial que envolve seis componentes de tensão e de deformação (Potts e Zdravković, 1999).

Por isso há a necessidade da consideração da função de potencial plástico, que é função das tensões e de um vetor de parâmetros de estado  $\mathbf{m}$ , e de um multiplicador plástico escalar  $\Lambda$ , que aplicados à regra de fluxo resulta em uma relação entre as diferentes componentes de deformação incremental plástica. Portanto, a regra de Fluxo é caracterizada pela seguinte expressão:

$$\dot{\varepsilon}^p = \Lambda \frac{\partial P(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{m})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (60)$$

Onde  $\dot{\varepsilon}^p$  é a taxa de deformação plástica, e o potencial plástico é definido por:

$$P(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{m}) = J - \left[ \left( \frac{c}{\tan(\phi)} + p_y \right) \cdot \frac{g(\theta_c)}{g_{pp}(\theta_c)} - p_y + p \right] \cdot g_{pp}(\theta) = 0 \quad (61)$$

Onde  $p_y$  é a tensão média para o estado de tensões atual e:

$$g_{pp}(\theta) = \frac{\text{sen}(\nu)}{\cos(\theta) + \frac{\text{sen}(\theta) \cdot \text{sen}(\nu)}{\sqrt{3}}} \quad (62)$$

A função de potencial plástico  $P = (\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{m})$  é definida por um ângulo de dilatância  $\nu$ , onde, como já visto para o modelo Cam-Clay Modificado, na plasticidade associada a função de potencial plástico é igual à função de fluência  $F = (\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})$ , onde o ângulo de dilatância é igual ao ângulo de atrito interno  $\phi$ . No caso de plasticidade associada, o parâmetro  $\Lambda$  também definido como parâmetro de consistência ou multiplicador plástico, juntamente com a função de fluência definem as condições de complementaridade e de consistência (persistência) de Kuhn-Tucker, onde:

$$\dot{\Lambda} \geq 0; F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}) \leq 0 \rightarrow \dot{\Lambda} \cdot F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}) = 0 \quad (\text{Condições de Complementaridade}) \quad (63)$$

$$\dot{\Lambda} \cdot \dot{F}(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa}) = 0 \quad (\text{Condições de Consistência}) \quad (64)$$

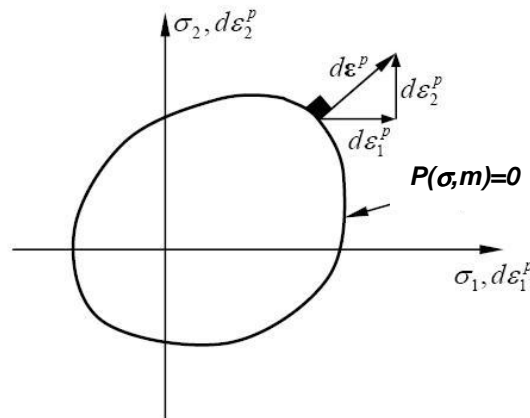
As condições de complementaridade e de consistência são uma forma adicional de obter, através de operações algébricas adicionais, detalhadas em Gomes (2006), o multiplicador plástico  $\Lambda$ , cuja expressão final é:

$$\Lambda = - \frac{\left\{ \frac{\partial F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\}^T \mathbf{D}_e \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{\left\{ \frac{\partial F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\}^T \cdot \mathbf{D}_e \cdot \left\{ \frac{\partial P(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\kappa})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\} + A} \quad (65)$$

Onde:

$$A = - \frac{1}{\Lambda} \left\{ \frac{\partial F(\boldsymbol{\sigma}, \dot{\boldsymbol{\kappa}})}{\partial \boldsymbol{\kappa}} \right\}^T \cdot d\dot{\boldsymbol{\kappa}} \quad (66)$$

A direção da deformação plástica é paralela à do gradiente de potencial plástico, logo sua direção é definida pelo vetor normal à superfície  $P=constante$  (Prat e Gens, 2003). Considera-se que os eixos de tensões acumuladas e de incremento de deformações plástica coincidem, por isso expressam-se as duas componentes em um mesmo eixo. Isto pode ser verificado pelo esquema da Figura 24.

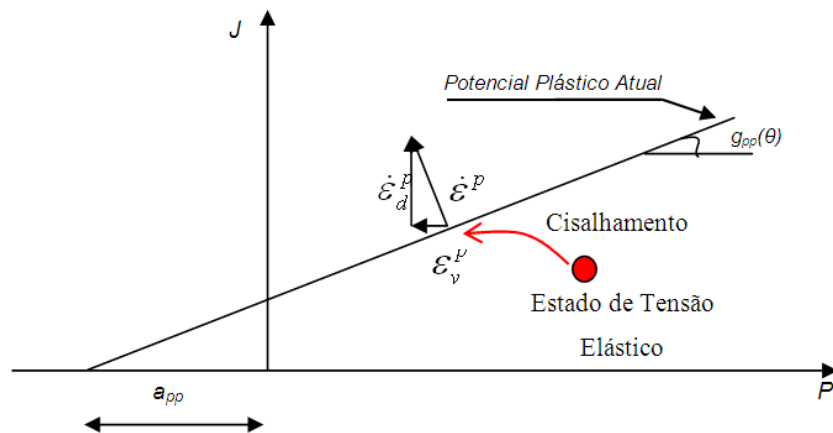


**Figura 24 – Representação do Potencial Plástico e dos Vetores de Deformação Plástica (Sousa, 2004).**

Quando o material cisalha e toca a superfície de fluência podem ocorrer deformações plásticas de expansão (dilatância) que, para plasticidade associada, é superior à que ocorre em laboratório. Quando se adota um ângulo de dilatância em substituição ao ângulo de atrito (plasticidade não-associada), pode-se corrigir este excesso e ajusta-se o modelo à dilatância obtida em laboratório.

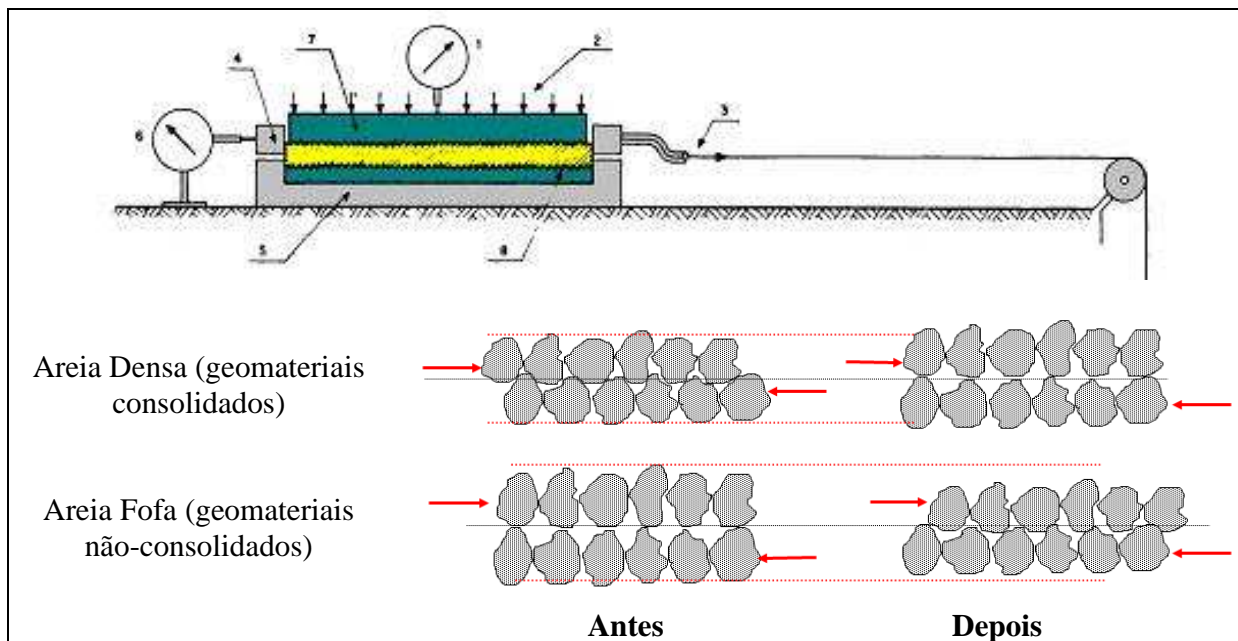
No modelo de Mohr Coulomb, quando a trajetória de tensões de um material toca a superfície de fluência ocorrem deformações plásticas definidas pelo vetor de incremento de deformação plástica  $d\epsilon^P$  que, neste caso, indica a direção negativa destas deformações, decorrente da tensão cisalhante, tendo em vista que a superfície de Mohr Coulomb não é fechada para tensões de compressão. Isto resulta na ocorrência de uma deformação plástica volumétrica com dilatância (Figura 25). Logo, o incremento de deformação plástica pode ser decomposto em duas componentes (Figura 25), onde a primeira é o incremento de deformação plástica volumétrica  $\dot{\epsilon}_v^P$  que é definido em função da dilatância e apresenta aumento de volume (negativo) no seu comportamento dilatante. A outra componente é o incremento de deformação plástica cisalhante  $\dot{\epsilon}_d^P$  que consiste na parte desviadora da deformação plástica.

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_v^P &= \dot{\epsilon}_1^P + \dot{\epsilon}_2^P + \dot{\epsilon}_3^P = -2.\Lambda.(1 - \text{sen}(\nu)) \\ \dot{\epsilon}_d^P &= \frac{1}{2}(\dot{\epsilon}_1^P - \dot{\epsilon}_v^P) = \Lambda \end{aligned} \quad (67)$$



**Figura 25 – Vetor de Deformações Plásticas e suas componentes.**

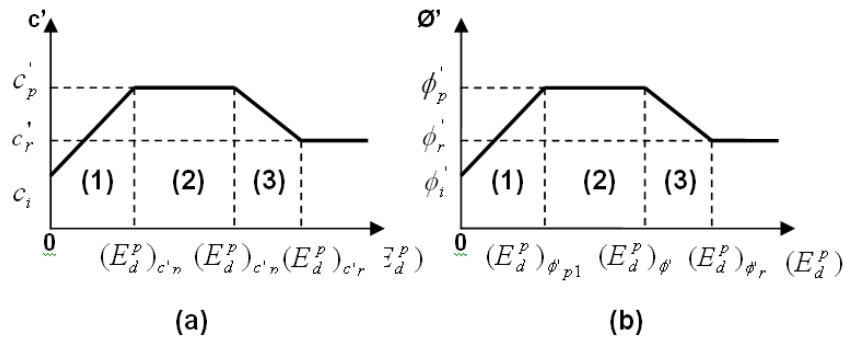
A dilatância está associada fisicamente ao rearranjo dos grãos do material decorrente do estado de tensões cisalhantes, conforme o esquema da Figura 26 (analogia a um ensaio de cisalhamento direto). Quando o material é cisalhado o estado de tensões no regime elástico chega a tornar recuperável o rolamento entre os grãos, porém, ao se tocar a superfície de fluência este rolamento é irreversível (dilatância).



**Figura 26 – Interpretação física da dilatância (analogia com ensaio de cisalhamento direto).**

No critério de Mohr-Coulomb é utilizado um modelo que relaciona linearmente a variação dos parâmetros de resistência do solo (coesão, ângulo de atrito interno e ângulo de dilatância) com as deformações plásticas desviadoras acumuladas  $E_d^p$ . Esta relação é apresentada nos planos  $c'-(E_d^p)_c$  e  $\phi'-(E_d^p)_\phi$ , Figuras 27a e 27b respectivamente, e dividida em três regiões definidas em função do tipo de plasticidade .

Neste trabalho, como se utiliza plasticidade associada e perfeita, o comportamento do material quanto à variação do  $E_d^p$  com os parâmetros de resistência, a ser considerado é o representado na Região (2) da Figura 27. Nesta os parâmetros de resistência não variam com o aumento do  $E_d^p$ , permanecendo assim os valores constantes. Os subscritos p, r e i são respectivamente os valores de pico, residual e inicial da coesão e do ângulo de atrito.



**Figura 27 – Lei de Endurecimento e Amolecimento: (a) relação  $c'-E_d^p$ ; (b) relação  $\phi'-E_d^p$ .**

Logo:

$$\frac{\partial \phi'}{\partial E_d^p} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial c'}{\partial E_d^p} = 0 \quad (68)$$

Portanto, o modelo de Mohr Coulomb é aplicável a problema como o de reativação de falhas selantes, onde este processo se dá pelo cisalhamento do material de preenchimento da falha e conseqüente deslizamento com relação às rochas adjacentes, ou seja, o processo de reativação é caracterizado pela dilatância do material da falha. Para problemas de materiais submetidos a um estado compressivo, é necessário adotar um modelo de CAP, apresentado em trabalhos como o de Pereira (2007), para definir um ramo da superfície de fluência para ocorrência de deformações plásticas volumétricas positivas, ou seja, para um estado de compressão irreversível.

## 2.4 ACOPLAMENTO HIDRO-GEOMECÂNICO

O acoplamento físico do problema hidro-geomecânico é definido pelas devidas combinações entre as equações governantes do problema de fluxo bifásico (no caso deste trabalho) e as equações que regem o comportamento mecânico do material. Desta forma o fenômeno de fluxo interfere no comportamento mecânico do material e vice e versa, através de variáveis aqui definidas como “variáveis de acoplamento”. Como já discutido o problema geomecânico terá o



comportamento tensão-deformação da rocha dependente das tensões atuantes e dos campos de pressões e saturações dos fluidos. Já no problema de fluxo as permeabilidades e porosidades da rocha serão atualizadas pelo módulo geomecânico em cada intervalo de tempo.

#### 2.4.1 Equação de Acoplamento

As equações que governam o fenômeno de fluxo de água e óleo passam agora a considerar um termo divergente adicional, ou seja, no termo de fluxo considera-se a componente de deformação do meio poroso (Biot), que envolve a velocidade de deslocamento da fase sólida  $\dot{\mathbf{u}}$  que corresponde ao fluxo do fluido com relação à configuração de referência (rocha indeformada). Portanto a Equação 23 é agora definida como:

$$\frac{\partial(\Phi S_{\alpha} \rho_{\alpha})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_{\alpha} \mathbf{q}_{\alpha} + \Phi S_{\alpha} \rho_{\alpha} \dot{\mathbf{u}}) = 0 \quad \alpha = w, o \quad (69)$$

As variáveis primárias do problema são o vetor de deslocamentos nodal  $\mathbf{u}$ , a pressão de óleo  $p_o$  e saturação de água  $S_w$  (para o caso bifásico) ou apenas a pressão de um único fluido em caso de problemas monofásicos. A porosidade  $\Phi$  e o tensor de permeabilidade intrínseca  $\mathbf{k}$ , que são propriedades do meio poroso, podem ser definidas como variáveis de acoplamento, pois são atualizadas pelo módulo geomecânico e introduzem nas equações de fluxo o efeito das deformações advindas do primeiro. Já o problema mecânico é influenciado pelo campo de pressões e pelas saturações dos fluidos, através da Equação 30, já discutida em itens anteriores.

A Figura 28 mostra um esquema representativo do acoplamento físico aqui considerado, onde a porosidade é definida em termos da deformação volumétrica  $\varepsilon_v$ , como será mostrado no item a seguir.

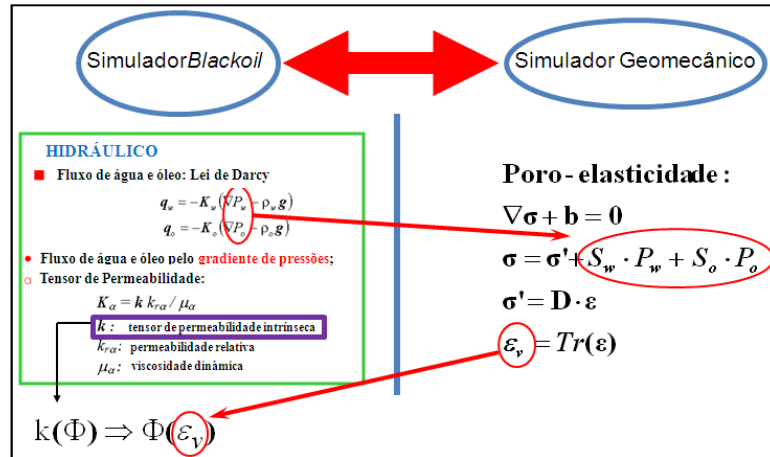


Figura 28 – Esquema representativo do acoplamento físico hidro-geomecânico.

#### 2.4.2 Determinação da Porosidade e da Permeabilidade (Leis de Permeabilidade)

Portanto, as propriedades de porosidade e permeabilidade do meio poroso são atualizadas quando se determina o novo estado de tensões efetivas e, conseqüentemente, as deformações ocorridas no material. Este comportamento mecânico do reservatório modifica a porosidade através da deformação volumétrica (Wan, 2002), que por sua vez é utilizada na determinação da permeabilidade intrínseca  $\mathbf{k}$  do meio poroso.

A variação da porosidade é definida a partir da equação de conservação de massa de sólido, em função do vetor de velocidade de deslocamento da fase sólida  $\dot{\mathbf{u}}$ :

$$\frac{\partial}{\partial t} [(1 - \Phi) \rho_s] + \nabla \cdot [(1 - \Phi) \rho_s \dot{\mathbf{u}}] = 0 \quad (70)$$

Onde a densidade da fase sólida  $\rho_s$  depende da compressibilidade da matriz. Aplica-se o conceito de derivada material (Equação 71) com relação à velocidade da fase sólida (Bear, 1972) na Equação 70, chegando-se à equação de variação da porosidade do meio:

$$\frac{D(\cdot)}{Dt} = \frac{\partial(\cdot)}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla(\cdot) \rightarrow \frac{D\Phi}{Dt} = \left[ \frac{(1 - \Phi)}{\rho_s} \frac{D\rho_s}{Dt} + (1 - \Phi) \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} \right] \quad (71)$$

Daí obtém-se a equação de variação de porosidade em função da deformação volumétrica:

$$\frac{D\Phi}{dt} = \frac{(1-\Phi)}{\rho_s} \frac{D\rho_s}{dt} + (1-\Phi) \frac{d\varepsilon_v}{dt} \quad (72)$$

Na equação anterior, o primeiro termo do lado direito consiste na compressibilidade da rocha enquanto que o segundo termo do lado direito (que envolve a deformação volumétrica) consiste no termo geomecânico que define o meio poroso deformável. O comportamento dilatante do material influencia esta equação através da deformação volumétrica.

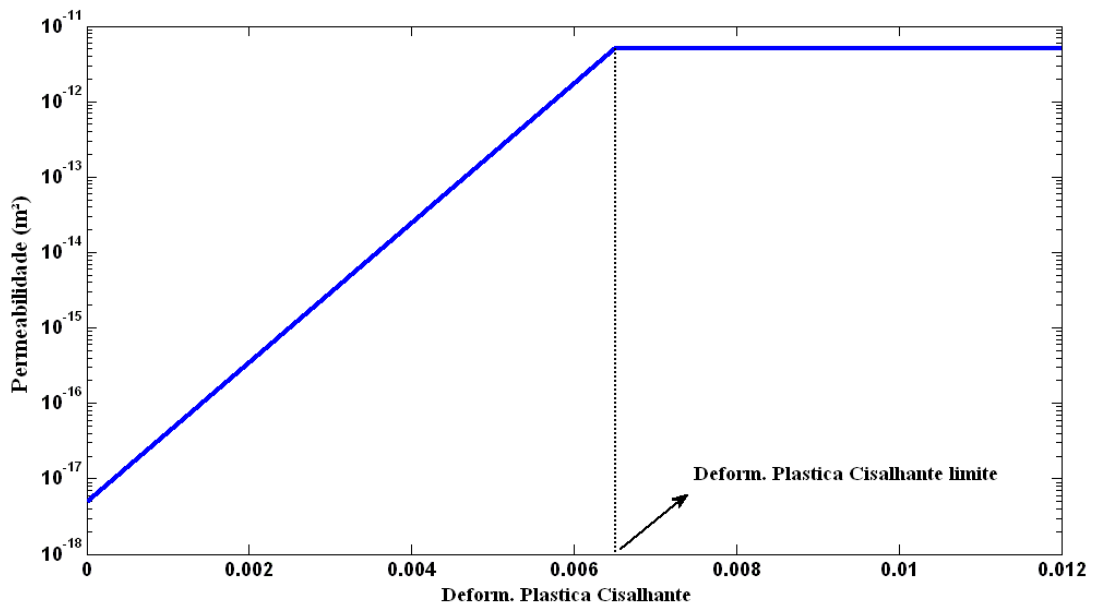
A determinação da permeabilidade do meio poroso é bastante complexa e pode ser determinada pela variação das propriedades mecânicas como a porosidade (Araújo, 2002). Várias são as relações entre estas propriedades, como a equação de Kozeny-Carman, por exemplo. Neste trabalho, para o problema de compactação (modelo constitutivo mecânico de Cam-Clay Modificado), utiliza-se uma relação exponencial entre estas propriedades com base em resultados experimentais como, por exemplo, os apresentados no trabalho de Guimarães (2002):

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_i \exp[b(\Phi - \Phi_i)] \mathbf{I} \quad (73)$$

Onde  $\mathbf{k}_i$  é o tensor de permeabilidade inicial,  $\Phi_i$  a porosidade inicial,  $b$  um parâmetro do material e  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade.

Com relação ao problema de reativação da falha selante, onde se adota o modelo de plasticidade de Mohr-Coulomb, consideram-se duas leis de variação de permeabilidade com as deformações plásticas. Uma delas é lei tipo função degrau, onde a variação da permeabilidade da falha é alterada instantaneamente a partir de um determinado nível de deformações plásticas cisalhantes que são diretamente relacionadas com a deformação plástica volumétrica para um dado ângulo de dilatância. Com isso, à medida que um elemento plastifica, sua permeabilidade é aumentada e este elemento passa a ser pressurizado pelo fluido, alterando assim seu estado de tensões levando a plastificação dos elementos vizinhos e conseqüentemente reativando-os.

A segunda lei de variação de permeabilidade para o problema de reativação de falhas é a lei linear com rampa (Figura 29) onde a permeabilidade varia linearmente com as deformações plásticas cisalhantes até um valor máximo destas deformações, a partir do qual a permeabilidade da falha passa a ser igual ao seu valor máximo, ou seja, é igual a permeabilidade do reservatório.



**Figura 29 – Lei exponencial de variação da permeabilidade intrínseca com a deformação plástica cisalhante.**

# CAPÍTULO 3

## FORMULAÇÃO EM ELEMENTOS FINITOS

Como já visto o modelo matemático formulado a partir das equações diferenciais definidas no capítulo anterior, resulta em um sistema de EDP's que necessita ser resolvido. Porém, diante da complexidade do problema acoplado, torna-se necessário o emprego de métodos numéricos para se obter a solução através de modelagem computacional.

Em problemas de reservatórios de petróleo o escoamento de fluido é fortemente influenciado pela existência de estruturas geológicas com geometrias complexas, como por exemplo, falhas e estratificações, bem como pela heterogeneidade do maciço (não abordada no presente trabalho). Diante disto são necessários métodos de discretização espacial que permitam flexibilidade de se trabalhar com malhas não-estruturadas de forma a se definir estas estruturas. Ao contrário de simuladores comerciais que adotam técnicas de diferenças finitas, métodos dos elementos finitos ou de volumes finitos e suas variações são empregados de forma a atender à necessidade de uma discretização espacial complexa através da adoção de métodos numéricos consistentes.

O Método das Diferenças Finitas (MDF) é usualmente aplicado em programas comerciais que trabalham com malhas estruturadas ortogonais, o que leva a erros geométricos na discretização de superfícies com alguma curvatura (caso de geometria de reservatórios), e apresentam baixo custo computacional, e para se obter uma maior ordem de aproximação é necessária a adoção de um maior número de pontos nodais (malha mais discretizada).

Segundo Carvalho (2005) o Método dos Elementos Finitos apresenta propriedades matemáticas e numéricas de grande interesse, tais como este método sempre produzir matrizes simétricas condicionadas ao operador diferencial ser simétrico, bem como apresenta funções de aproximação que levam a matrizes esparsas onde apenas os vizinhos mais próximos contribuem nas equações nodais. Variações deste método são aplicadas de forma bastante difundida tais como o Método dos Elementos Finitos Misto e Petrov-Galerkin, entre uma diversidade de outras formas. Outro método aplicado é o Método dos Volumes Finitos que adota subdomínios definidos como volume de controle e considera funções de ponderação de forma que integra

diretamente as equações diferenciais sem nenhuma ponderação no interior do domínio (Carvalho, 2005).

Segundo Wan (2002) a ocorrência de intensas oscilações espaciais da poro-pressão em problemas de adensamento são decorrentes da forma de acoplamento das equações e da violação da condição de que somente certas combinações de funções de elementos finitos podem ser usadas para pressão e deslocamentos em técnicas de Método dos Elementos Finitos (MEF)-Galerkin Clássico. Com isso, ele desenvolveu um novo esquema numérico usando o método de Galerkin descontínuo no tempo e elementos finitos estabilizado no espaço de forma a observar as dificuldades apresentadas pelo MEF-Galerkin Clássico, e esta técnica mostrou-se estável e consistente.

Existem várias possibilidades de acoplamento com a adoção de diferentes métodos numéricos apresentadas na literatura, principalmente métodos iterativos e totalmente acoplados. No trabalho de Wan (2002) foi desenvolvido um método totalmente acoplado que utiliza o Método dos Elementos Finitos-Galerkin para as equações de balanço de força e o método das diferenças finitas para as equações de balanço de massa. Para resolver problemas de reservatório em grande escala Wan (2002) desenvolveu um simulador totalmente acoplado que combina o método dos elementos finitos estabilizado (para resolver balanço de forças e equações de pressão) e o método das diferenças finitas com volume de controle (para resolver as equações de balanço de massa da componente restante).

Jha (2005) considera que a pressão, a velocidade do fluido e os deslocamentos da rocha (incógnitas de um problema hidro-geomecânico monofásico) são de natureza diferente e necessitam ser discretizados diferentemente. Com isso em seu trabalho foi proposta a discretização espacial via Método dos Elementos Finitos Mistos (definido como método estável, convergente e que conserva massa localmente) e uma integração implícita no tempo das equações de fluxo de fluido.

Já Minkoff *et al* (2003) resolvem o problema geomecânico acoplado ao problema de fluxo multifásico em reservatórios de petróleo adotando dois simuladores 3D (IPARS e JAS3D) em elementos finitos. Em seu trabalho, Gai *et al* (2005) discutem que, convencionalmente, em uma simulação acoplada de um problema de compactação e subsidência de reservatórios, o Método dos Elementos Finitos-Galerkin é usado para análises geomecânicas e o Método das Diferenças

Finitas com Volume de Controle é usado na discretização do problema de fluxo. Porém este tipo de discretização pode não capturar os efeitos geomecânicos ao redor dos poços. Minkoff *et al* (2003) adotou um algoritmo com acoplamento iterativo utilizando o método de Galerkin para a determinação do fluxo de fluido no reservatório aplicando técnicas especiais de integração nos termos de acoplamento para minimizar o erro na conservação local de massa introduzido pelo método de Galerkin.

O tratamento do problema onde o método de Galerkin Clássico é localmente não-conservativo tem sido abordado por muitos autores (Helmig, 1997; Bastian e Helmig, 1999; Helmig e Huber, 1998; Wan, 2002; Jha, 2005). Entre estas técnicas existe o método de *upwind* que corrige, em alguns casos, o problema de choque e a consequente oscilação numérica na frente de saturação. No presente trabalho foi proposta uma técnica de *upwind* de primeira ordem, bem como descrita, como proposta para continuidade do trabalho, a técnica de *upwind* considerada no trabalho de Helmig (1997).

Quanto ao método numérico adotado para discretização das equações diferenciais governantes do problema acoplado hidro-geomecânico, foi considerado no presente trabalho, por conveniência computacional diante da estrutura do programa CODE\_BRIGHT, o Método dos Elementos Finitos com Volume de Controle (“*CVFEM*”) para a discretização espacial, bem como uma aproximação conservativa em diferenças finitas para a discretização temporal. Este método foi abordado em trabalhos como Forsyth (1990), Gottardi e Dall’Olio (1992), Olivella *et al* (1995), Helmig (1997), Cordazzo *et al* (2004a) e Cordazzo *et al* (2004b), para problemas de fluxo multifásico em meios porosos, como em casos de reservatório de petróleo e de contaminação em lençóis freáticos. Forsyth (1990) desenvolveu o Método dos Elementos Finitos com Volume de Controle (*CVFEM*) para a discretização espacial com uma matriz de massa modificada que é multiplicada pela derivada temporal da equação de fluxo. Segundo Cordazzo *et al* (2004a) o *CVFEM* consiste em uma técnica empregada para malhas não-estruturadas de elementos triangulares ou quadrilaterais, para problemas bidimensionais, e para elementos tetraédricos e hexaédricos, para problemas tridimensionais, onde utilizam-se as funções de forma do Método dos Elementos Finitos (MEF) utilizando volumes de controle para a integração das equações.

### 3.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS COM VOLUME DE CONTROLE (“CVFEM”)

Neste item será descrito o método *CVFEM* adotado neste trabalho, partindo da discretização da Equação 69, aplicando a esta inicialmente o Método dos Resíduos Ponderados (Equação 74) e substituindo as funções de ponderação  $W_i$  pelas funções de forma  $N_i$ , ou seja,  $W_i = N_i$  e  $\bar{W}_i = -N_i$ .

$$\int_{\Omega} W_i \left[ \frac{\partial(\Phi \rho_{\alpha} S_{\alpha})}{\partial t} + \nabla \cdot [(-\mathbf{k} \rho_{\alpha} \lambda_{\alpha} (\nabla p_{\alpha} - \rho_{\alpha} \mathbf{g})) + (\Phi S_{\alpha} \rho_{\alpha} \dot{\mathbf{u}})] \right] d\Omega + \int_{\Gamma} \bar{W}_i (-\mathbf{k} \rho_{\alpha} \lambda_{\alpha} (\nabla p_{\alpha} - \rho_{\alpha} \mathbf{g}) - \bar{j}_{\alpha}) d\Gamma = 0 \quad \alpha = w, o \quad (74)$$

$$\int_{\Omega} N_i \frac{\partial(\Phi \rho_{\alpha} S_{\alpha})}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \nabla N_i \nabla \cdot (-\mathbf{k} \rho_{\alpha} \lambda_{\alpha} \nabla p_{\alpha}) d\Omega + \int_{\Omega} N_i \nabla \cdot (\mathbf{k} \rho_{\alpha}^2 \lambda_{\alpha} \mathbf{g}) d\Omega + \int_{\Omega} N_i \nabla (\Phi S_{\alpha} \rho_{\alpha} \dot{\mathbf{u}}) d\Omega + \int_{\Gamma} N_i \bar{j}_{\alpha} d\Gamma = 0 \quad (75)$$

Com isto a equação resultante (Equação 75) é constituída por um termo de armazenamento (acumulação)  $\int_{\Omega} N_i \frac{\partial(\Phi \rho_{\alpha} S_{\alpha})}{\partial t} d\Omega$ , termos de fluxo, um termo de acoplamento geomecânico  $\int_{\Omega} N_i \nabla (\Phi S_{\alpha} \rho_{\alpha} \dot{\mathbf{u}}) d\Omega$  e um termo devido à condição de contorno de vazão imposta na fronteira  $\bar{j}_{\alpha}$ . O domínio é definido por  $\Omega$ ,  $\Gamma$  a fronteira deste domínio.

As incógnitas pressão e saturação são aproximadas no elemento pela média destas variáveis nos nós do elemento *mel*, utilizando como pesos relativos às funções de forma:

$$\tilde{p}_o = \sum_i^{mel} \hat{p}_{o,i} N_i \quad (76)$$

$$\tilde{S}_w = \sum_i^{mel} \hat{S}_{w,i} N_i \quad (77)$$

Os valores com “chapéu” são valores de aproximação para os nós correspondentes. Pode-se então redefinir a Equação 75 como:



$$\frac{\partial(\Phi\rho_\alpha S_\alpha)}{\partial t} \int_{\Omega} N_i N_j d\Omega + \int_{\Omega} \nabla N_i \mathbf{k} \rho_\alpha \lambda_\alpha \nabla p_\alpha d\Omega + \int_{\Omega} N_i \mathbf{k} \lambda_\alpha \rho_\alpha^2 \mathbf{g} d\Omega + \int_{\Omega} N_i \nabla \cdot (\Phi S_\alpha \rho_\alpha \dot{\mathbf{u}}) d\Omega + \int_{\Gamma} N_i \bar{j}_\alpha d\Gamma = 0 \quad (78)$$

Para o termo de armazenamento da Equação 78 define-se, segundo a Equação 79, a **matriz de massa**  $M_{ij}$ .

$$M_{ij} = \int_{\Omega} N_i N_j d\Omega \quad (79)$$

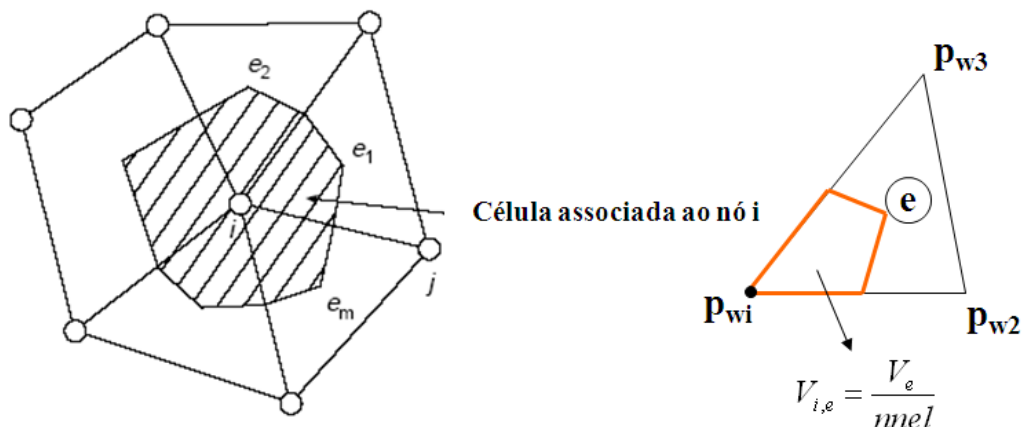
Na formulação MEF-Galerkin utilizada por Olivella *et al* (1995), no programa CODE\_BRIGHT, adota-se um volume de controle centrado no nó  $i$  e que tem seus vértices interceptando o centro dos elementos e de suas faces que estão ligados ao nó  $i$  (Figura 30), onde o volume da porção do volume de controle em cada elemento  $V_{i,e}$  é definido pela razão entre o volume do elemento  $V_e$  e o número de nós deste elemento  $n_{mel}$ .

No MEF-Galerkin clássico considera-se uma matriz de massa consistente (matriz “cheia”), ou seja:

$$\frac{\partial(\Phi\rho_\alpha S_\alpha)}{\partial t} \int_{\Omega} N_i N_j d\Omega \rightarrow M = \begin{bmatrix} X & X \\ X & X \end{bmatrix} \quad (80)$$

Segundo Helmig (1997), a aplicação de matriz de massa diagonalizada apresenta consideráveis vantagens computacionais com relação à matriz consistente. Logo, pode-se modificar a matriz de massa consistente do MEF-Galerkin Clássico  $M_{ij}$  para uma matriz diagonal  $M_{ij}^{lump}$ , onde a massa que é distribuída sobre todo o volume é substituída pelas massas nos pontos equivalentes nos nós. A matriz diagonal é definida pela equação a seguir:

$$M_{ij}^{lump} = \delta_{ij} \sum_{k \in i} M_{ik} \quad (81)$$



**Figura 30 – Volume de controle (região hachurada): forma adotada pelo programa CODE\_BRIGHT.**

Onde:

$$M_{ik} = \int_e W_i N_k d\Omega \quad e \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{se } i = j \\ 1 & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (82)$$

Com isso a matriz diagonal pode ainda ser expressa por:

$$M_{ij}^{lump} = \delta_{ij} \sum_{k \in i_e} \int W_i N_k d\Omega = \delta_{ij} \int_e W_i \sum_{k \in i} N_k d\Omega \quad (83)$$

Como:

$$\sum_{k \in i} N_k = 1 \quad (84)$$

Temos que:

$$M_{ii}^{lump} = \int_e W_i d\Omega = V_e \rightarrow M = \begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & X \end{bmatrix} \quad (85)$$

Os coeficientes da diagonal da matriz de massa diagonalizada são resultado do somatório de todos os coeficientes da linha correspondente e todos os elementos fora da diagonal são nulos.

Helmig (1997) comenta que estas propriedades são similares às do Método dos Volumes Finitos e, ao considerar um volume de controle e uma matriz de massa diagonalizada, o método deve ser referido como *Método dos Elementos Finitos com Volume de Controle (CVFEM)*.

Passa-se então à discretização das equações de fluxo com acoplamento geomecânico e das equações mecânicas.

### 3.1.1 Tratamento do Termo de Armazenamento

O termo de armazenamento representa a variação de massa e é calculado por variáveis médias como porosidade da rocha, densidade e saturação de fluidos. Existem duas possibilidades de tratamento do termo de armazenamento da equação de fluxo.

A primeira consiste numa *Aproximação Capacitiva* onde se aplica a regra da cadeia para transformar as derivadas temporais em termos das incógnitas. Este tipo de aproximação leva à utilização de termos de segunda derivada no Método de Newton-Raphson, onde, substituindo a matriz de massa diagonalizada na equação de fluxo discretizada, chega-se à seguinte discretização para o termo de armazenamento:

$$\Phi \frac{\partial}{\partial t} (\rho_{\alpha} S_{\alpha})_{i,e} \cdot V_{i,e} \quad (86)$$

Onde, assumindo  $\Phi = cte$  (integração explícita da porosidade no tempo):

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_{\alpha} S_{\alpha}) = \rho_{\alpha} \frac{\partial S_{\alpha}}{\partial p_{\alpha}} \frac{\partial p_{\alpha}}{\partial t} + S_{\alpha} \frac{\partial \rho_{\alpha}}{\partial p_{\alpha}} \frac{\partial p_{\alpha}}{\partial t} \quad (87)$$

Para o termo de variação temporal da pressão de fluido utiliza-se uma aproximação por *Foward Euler*. Logo, tomando o sobrescrito  $k$  como quantidade calculada para um tempo  $k$  na discretização temporal (índice temporal), temos:

$$\frac{\partial p_{\alpha}}{\partial t} = \frac{p_{\alpha}^{k+1} - p_{\alpha}^k}{\Delta t} \quad (88)$$

A segunda forma de tratamento do termo de armazenamento consiste em um método de aproximação que não leva a necessidade de ser utilizar derivadas de segunda ordem no Newton-Raphson, e que discretiza diretamente o termo. Este tipo de aproximação é definida como *Conservativa* onde a discretização temporal é feita por *Foward Euler* diretamente no termo de acumulação. Esta aproximação em diferenças finitas é a adotada na formulação numérica do

programa CODE\_BRIGHT, cuja discretização do termo de armazenamento tem a seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_\alpha S_\alpha)_{i,e_m} = \frac{(\rho_\alpha S_\alpha)_{i,e_m}^{k+1} - (\rho_\alpha S_\alpha)_{i,e_m}^k}{\Delta t} \quad (89)$$

Neste caso a porosidade é definida como uma variável média no elemento que é constante em um elemento, porém variável de elemento para elemento. As saturações e densidades são definidas para os elementos da célula  $e_m$  com relação ao nó central  $i$ . Portanto, de uma forma geral ao assumir uma aproximação conservativa do termo de armazenamento, chega-se à forma discretizada que consiste no primeiro termo do resíduo da equação de fluxo com acoplamento geomecânico a ser utilizado no Método de Newton-Raphson. Logo:

$$\int_{e_m} N_i \frac{\partial(\Phi \rho_\alpha S_\alpha)}{\partial t} d\Omega \approx \frac{\partial}{\partial t}(\Phi \rho_\alpha S_\alpha)_{i,e_m} \int_{e_m} N_i N_j d\Omega \approx \Phi_{e_m}^k \left[ \frac{\rho_\alpha^{k+1} S_\alpha^{k+1} - \rho_\alpha^k S_\alpha^k}{\Delta t} \right]_{i,e_m}^{e_m} \cdot V_{i,e_m} \quad (90)$$

### 3.1.2 Tratamento do Termo de Fluxo (Termo Advectivo)

O fluxo advectivo é causado pelo movimento de fluidos e é calculado utilizando a lei de Darcy e, exceto para os coeficientes, é explícito em termos do gradiente de pressões. Como já visto as pressões são variáveis definidas por seus valores nodais interpolados nos elementos usando funções de forma.

Considerando a equação de fluxo com acoplamento geomecânico (Equação 78), tomam-se o segundo e terceiro termo que correspondem ao termo de fluxo. Logo:

$$\int_{\Omega} \nabla N_i \mathbf{k} \rho_\alpha \lambda_\alpha \nabla p_\alpha d\Omega + \int_{\Omega} N_i \nabla \cdot (\mathbf{k} \lambda_\alpha \rho_\alpha^2 \mathbf{g}) d\Omega \quad (91)$$

Observa-se que o primeiro termo da Equação 91 consiste em um termo de segunda ordem onde deve ser aplicado o Teorema da Divergência de forma a reduzir a sua ordem (Forma Fraca

do MRP-Galerkin). Os termos advectivos representam o fluxo de massa lateral à célula (volume de controle) associada ao nó  $i$  a partir dos elementos vizinhos.

Portanto, a contribuição do  $m$ -ésimo elemento (Figura 30) para o fluxo lateral na direção do nó  $i$  é dada por:

$$\left(\rho_{\alpha}\lambda_{\alpha}\right)_{e_m}^{k+\varepsilon} \left[ \int_{e_m} \nabla N_i(\mathbf{k})_{e_m}^k \nabla N_j dv \right] [P_{\alpha}]_i^{k+\theta} \quad (92)$$

Onde três pontos intermediários diferentes podem ser usados, sendo  $k + \theta$  para a pressão,  $k$  para o tensor de permeabilidade e  $k + \varepsilon$  para os coeficientes restantes como mobilidade e densidade. O tensor de permeabilidade intrínseca  $\mathbf{k}$  permanece no termo de integração, pois é uma variável tensorial e tratada explicitamente porque é uma função da porosidade, cuja variação é considerada lenta no tempo.

O termo integral da Equação 92 consiste na matriz de permeabilidade do elemento:

$$\mathbf{K}_{e_m} = \int_{e_m} \nabla N_i(\mathbf{k})_{e_m}^k \nabla N_j dv \quad (93)$$

O termo gravitacional segue as mesmas considerações feitas até aqui e é discretizado da seguinte forma:

$$\left(\rho_{\alpha}^2\lambda_{\alpha}\right)_{e_m}^{k+\varepsilon} \left[ \int_{e_m} \nabla N_i(\mathbf{k})_{e_m}^k \nabla N_j dv \right] \left[ \int_{e_m} N_i \mathbf{g} dv \right] \quad (94)$$

### 3.1.3 Tratamento do Termo de Deformação Volumétrica (Termo de Acoplamento)

Este termo é também considerado um termo de armazenamento e é proporcional a  $\nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}$ , que é equivalente à taxa de deformação volumétrica. Está escrito em termos de um vetor auxiliar  $\mathbf{m}^T = (1,1,1,0,0,0)$  e de uma matriz de gradientes de função de forma  $\mathbf{B}_i$  usada na aproximação de elementos finitos para o problema mecânico. Logo:

$$\int_{\Omega} N_i \nabla \cdot (\Phi S_{\alpha} \rho_{\alpha} \dot{\mathbf{u}}) d\Omega = \int_{\Omega} \Phi S_{\alpha} \rho_{\alpha} N_i \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} d\Omega = \int_{\Omega} \Phi S_{\alpha} \rho_{\alpha} \mathbf{m}^T N_i \mathbf{B}_i \dot{\mathbf{u}} d\Omega \quad (95)$$

Onde:

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \partial N_i / \partial x & 0 \\ 0 & \partial N_i / \partial y \\ \partial N_i / \partial y & \partial N_i / \partial x \end{bmatrix} \quad (2D) \quad (96)$$

Fazendo a aproximação da forma integral tem-se que a contribuição do  $m$ -ésimo elemento para o volume de controle centrado no nó  $i$  é:

$$\int_{\Omega} \Phi S_{\alpha} \rho_{\alpha} \mathbf{m}^T N_i \mathbf{B}_i \dot{\mathbf{u}} d\Omega \approx \Phi^k (S_{\alpha} \rho_{\alpha})_{e_m}^{k+\varepsilon} \left( \int_{e_m} N_i \mathbf{m}^T \mathbf{B}_i dv \right) \left[ \frac{\mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{u}^k}{t^{k+1} - t^k} \right]_j \quad (97)$$

Onde  $j$  indica somatório sobre os nós do elemento e  $\mathbf{u}$  é o vetor de deslocamentos nodais.

### 3.1.4 Tratamento das Equações de Equilíbrio Mecânico

Para a equação de equilíbrio de tensões assume-se uma notação vetorial para as tensões, sendo com isso necessário definir um operador  $\mathbf{S}^T$  que, multiplicado pelo vetor de tensões  $\boldsymbol{\sigma}$  chegue à forma das equações diferenciais obtidas na notação tensorial. Desta forma a equação de equilíbrio de tensões (Equação 27) é reescrita como:

$$\mathbf{S}^T \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (98)$$

Onde:

$$\mathbf{S}^T = \begin{bmatrix} \partial / \partial x & 0 & \partial / \partial y \\ 0 & \partial / \partial y & \partial / \partial x \end{bmatrix} \quad (2D) \quad (99)$$

As deformações podem também ser definidas em termos da notação vetorial com relação aos deslocamentos (Equação 100). Com isso, substitui-se esta nova forma na equação constitutiva tensão-deformação chegando-se a:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{u} \quad (100)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D}\mathbf{S} \cdot \mathbf{u} \quad (101)$$

A Equação 101 mostra que as tensões podem ser definidas em função dos deslocamentos. Substituindo esta equação na Equação 98, chega-se a equação de equilíbrio escrita em função do vetor de deslocamentos  $\mathbf{u}$ , incógnita do problema mecânico. Esta equação é uma EDP de segunda ordem, pois o operador  $\mathbf{S}^T$  é aplicado ao operador  $\mathbf{S}$  aplicado ao vetor  $\mathbf{u}$ .

$$\mathbf{S}^T \mathbf{D}\mathbf{S} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (102)$$

O vetor de deslocamentos é aproximado linearmente utilizando funções de forma e somando para todos os nós do elemento. Logo:

$$\tilde{\mathbf{u}} = \sum_i^{nnel} \hat{\mathbf{u}}_i N_i \quad (103)$$

Aplica-se o MRP à Equação 102 obtendo-se a forma forte da equação e depois se reduz a ordem do termo de segunda ordem através do Teorema da Divergência (Forma Fraca) e por fim aplica Galerkin, resultando assim na Forma Integral da Equação de Equilíbrio, expressa a seguir:

$$\int_{\Omega} \mathbf{B}_i^T \mathbf{D} \sum_j^{nnel} \mathbf{B}_j \mathbf{u}_j d\Omega = \int_{\Omega} N_i \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma} N_i \mathbf{t} d\Gamma \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \sum_j^{nnel} \mathbf{B}_j \mathbf{u}_j \quad (104)$$

Onde  $\mathbf{B}_i = \mathbf{S} \cdot N_i$  e os termos  $\mathbf{b}$  e  $\mathbf{t}$  são, respectivamente, os vetores de força de corpo e força de superfície (condição de contorno) onde seus termos integrais resultam no vetor de forças aplicadas ao corpo  $\mathbf{F}_{ext}$ . A parcela do lado direito da equação, que envolve implicitamente o vetor de tensões, consiste no termo de tensões internas.

A Matriz de Rigidez  $\mathbf{D}_{em}$  é definida pelos termos da integral das tensões internas, ou seja:

$$\mathbf{D}_{em} = \int_{\Omega} \mathbf{B}_i^T \mathbf{D} \sum_j^{nnel} \mathbf{B}_i d\Omega \quad (105)$$

Portanto, o problema é solucionado através da obtenção dos deslocamentos em função das cargas, por meio da relação constitutiva carga-deslocamento, que depende da matriz de rigidez global. Esta relação pode ser expressa por:

$$\dot{\mathbf{U}} = \mathbf{D}_{em}^{-1} \dot{\mathbf{F}}_{ext} \quad (106)$$

### 3.1.5 Condições de Contorno

Ao aplicar-se o Teorema da Divergência para os termos de segunda ordem nas equações de fluxo e equilíbrio, produzem-se termos que representam fluxos ou tensões através do contorno. Estes termos são substituídos por vazões ou forças nodais na forma discretizada das equações.

A aproximação para o problema mecânico é feita pela imposição de forças externas (carga concentrada, carga distribuída e tensões externas), bem como se pode ainda impor deslocamento por meio de uma condição de contorno do tipo Cauchy, onde se aplica um incremento de deslocamento (Olivella *et al*, 1995).

Para as equações de fluxo as condições de contorno são aplicadas pela adição de vazões nodais, que são definidas por dois termos, sendo o primeiro um termo de fluxo volumétrico  $j_{\alpha}^0$  prescrito. O segundo termo consiste em fixar-se a pressão da fase  $p_{\alpha}^0$  através da penalização da vazão imposta (Olivella *et al*, 1995), por meio de um coeficiente de penalização de vazão imposta  $\gamma$ . Logo, a forma geral da condição de contorno mista adotada no programa é:

$$\bar{j}_{\alpha} = \left[ j_{\alpha}^0 + \gamma (p_{\alpha}^0 - p_{\alpha}) \right] \rho_{\alpha} \quad \alpha = w, o \quad (107)$$

Onde  $\bar{j}_{\alpha}$  é dado em [kg/s].



Quando se prescrevem vazões de injeção (fonte) e de produção (sumidouro) é considerada a formulação de vazão de produção total (Fanchi, 2001), onde esta é definida em termos de volume total de fluidos prescrevendo-se uma vazão  $Q$  tal que:

$$Q = Q_o + Q_w \quad (108)$$

Onde as vazões de óleo  $Q_o$  e de água  $Q_w$  são definidas em termos das mobilidades das fases de acordo com as equações a seguir:

$$Q_o = \frac{\lambda_o}{\lambda_o + \lambda_w} Q \quad (109)$$

$$Q_w = \frac{\lambda_w}{\lambda_o + \lambda_w} Q \quad (110)$$

### 3.2 SOLUÇÃO NUMÉRICA VIA MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

Como já discutido, o sistema de EDP's resultantes da formulação apresentada devem ser resolvidos numericamente. Foram utilizadas aproximações espaciais utilizando o método CVFEM para a discretização e adotando o MDF para aproximação temporal, onde a discretização no tempo é linear e o esquema implícito utiliza dois pontos intermediários  $t^{k+\varepsilon}$  e  $t^{k+\theta}$  entre os tempos inicial  $t^k$  e final  $t^{k+1}$ . O cálculo da porosidade para um ponto intermediário não é necessário tendo em vista que sua variação ocorre a taxas lentas, e, portanto é integrada explicitamente, ou seja, para  $t^k$ .

Utiliza-se, portanto, o método de Newton-Raphson (Olivella *et al.*, 1995) para resolver os sistemas de equações para o problema não-linear, definido pela seguinte equação:

$$\frac{\partial \mathbf{r}(\mathbf{X}^{k+1,l})}{\partial \mathbf{X}^{k+1,l}} \cdot (\mathbf{X}^{k+1,l+1} - \mathbf{X}^{k+1,l}) = -\mathbf{r}(\mathbf{X}^{k+1,l}) \quad (111)$$

Onde  $l$  é o índice da iteração,  $k$  o passo de tempo,  $\mathbf{X}$  o vetor de incógnitas do problema,  $\mathbf{r}(\mathbf{X})$  o resíduo e  $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{X}}$  o termo Jacobiano contendo as derivadas do resíduo com relação às incógnitas do problema.

O resíduo é definido pelas equações discretizadas e pode ser representado da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} r_u \\ r_{Sw} \\ r_{po} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{d}_u \\ \dot{d}_{Sw} \\ \dot{d}_{po} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_u \\ a_{Sw} \\ a_{po} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_u \\ b_{Sw} \\ b_{po} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (112)$$

Onde  $r$  são os resíduos,  $\dot{d}$  são os termos de armazenamento (acumulação),  $a$  são os termos de fluxo e  $b$  os termos de fonte/sumidouro e de condições de contorno. Os termos relativos aos resíduos com relação à saturação da água  $r_{Sw}$  e com relação à pressão de óleo  $r_{po}$  são definidos pelas Equações 90 e 97 (termos de armazenamento), pelas Equações 92 e 94 (termos de fluxo) e pela Equação 107 (termo de condições de contorno). Quanto ao resíduo com relação aos deslocamentos  $r_u$  o termo de fluxo (condutância)  $a_u$  é nulo, o termo de armazenamento é definido pela Equação 104 e o termo  $b_u$  inclui as condições de contorno e os termos de forças de corpo.

O termo Jacobiano  $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{X}}$  é constituído pelas derivadas do resíduo  $\mathbf{r}(\mathbf{X})$  com relação às incógnitas  $\mathbf{X}$  do problema que são a saturação de água  $S_w$ , a pressão de óleo  $p_o$  e o vetor de deslocamentos nodais  $\mathbf{u}$ .

### 3.3 ESTABILIZAÇÃO NUMÉRICA DO PROBLEMA DE FLUXO BIFÁSICO

Um dos problemas de grande abordagem na modelagem de fluxo bifásico em meios porosos consiste no tratamento de oscilações numéricas decorrentes de comportamentos predominantemente convectivos. São vários os métodos numéricos aplicados para estimar os termos convectivos de EDP's que regem o problema de fluxo de fluidos, onde passam a ocorrer oscilações quando estas equações, inicialmente convectivas-difusivas, comportam-se de forma predominantemente convectiva ao se desprezar o termo de capilaridade (termo de difusão), o

que pode levar a fortes oscilações e a não se representar a frente de saturação corretamente (Helmig, 1997).

Aproximações de fluxo difusivo pelo Método de Galerkin Clássico resultam em um sistema de equações que apresentam solução sem problema de estabilidade (Zienkiewicz e Taylor, 1991). Entretanto este método não satisfaz as condições de transporte convectivo, pois, para o cálculo dos termos de fluxo, as variáveis essenciais e seus coeficientes são calculados tanto à jusante quanto a montante da direção do fluxo.

O comportamento numérico destes problemas pode ser significativamente afetado pela escolha de determinadas técnicas de estabilização tais como o esquema de ponderação à montante, também definida como técnica de *upwind* (Helmig, 1997; Ertekin *et al*, 2001; Carvalho, 2005; Pimenta *et al*, 2007), onde é introduzida à formulação discreta propriedades físicas de propagação. Esquemas de *upwind* de primeira ordem (ordem baixa) são incondicionalmente estáveis apresentando boas propriedades com relação à monotonicidade da solução, e produzem um caráter difusivo que leva a soluções suaves da frente de saturação. Já aproximações por técnicas de *upwind* de alta ordem melhoram a precisão da solução, porém podem introduzir oscilações não físicas que interferem na solução global (Pimenta *et al*, 2007) e levam, em certos casos, a instabilidades numéricas. Várias técnicas foram desenvolvidas com a estratégia de eliminar estas oscilações e minimizar a suavização tais como o Método de Godunov (Helmig, 1997; Carvalho, 2005), o Método TVD (*Total Variation Diminishing*) que consistem em um esquema de explícito de alta ordem apresentado em Helmig (1997), Carvalho (2005) e Pimenta (2007), bem como outros métodos como o NVD (*Normalized Variable Diagram*) (Leonard, 1988; Pimenta *et al*, 2007) e os métodos MUSCL (*Monotonic Upstream-Centered Scheme for Conservations Laws*) e o de difusão artificial DNA descritos nos trabalhos de Helmig (1997) e Carvalho (2005), entre outros.

Portanto, na simulação de reservatórios, uma das grandes dificuldades concentra-se em definir o método numérico mais adequado para obtenção de frentes de saturação mais exatas sem distorção de sua física.

No presente trabalho foi proposta uma técnica de *upwind* de primeira ordem para solucionar os problemas de oscilações, a qual será descrita a seguir. Será ainda apresentada a técnica de ponderação à montante enunciada em Helmig (1997) de forma a estabelecer um comparativo

entre as equações da formulação adotada com relação ao trabalho citado, de forma que em contribuições posteriores esta outra técnica venha a ser incorporada no programa CODE\_BRIGHT e ambas venham a ser comparadas.

### 3.3.1 Técnica de Upwind CB: proposta para o programa CODE\_BRIGHT

Na formulação pressão-saturação implementada foi desenvolvida uma técnica de estabilização numérica para o problema de oscilações espúrias no fluxo convectivo dominante, onde os termos de mobilidade  $\lambda_w$  e  $\lambda_o$  são calculados como variáveis médias no elemento (Equação 92) e são definidos como termos de estabilização (diante do cuidado que deve ser tomando com sua aproximação tendo em vista sua dependência da saturação), ou seja, a ponderação é feita sobre as mobilidades pela técnica de *upwind* através de propriedades geométricas e da direção do fluxo.

O princípio básico da estabilização aqui proposta consiste em estabelecer pesos de contribuição para cada nó do elemento com relação à direção do fluxo que atravessa esse elemento. Desta forma se obtém uma nova mobilidade no elemento definida pela mobilidade proporcional ao peso da contribuição de cada nó. Para isso se definem as coordenadas do centro de gravidade (CG) do elemento ( $X_m$ ) e calculam-se os vetores nodais na direção do CG, chamados de vetores nodais  $\mathbf{v}_{nod}$ , generalizados para qualquer tipo de elemento finito.

$$X_m = \frac{\sum_{i=1}^{nnel} x_i}{nnel} \quad (113)$$

$$\mathbf{v}_{nod} = \frac{X_m - x_i}{\|X_m - x_i\|} \quad (114)$$

Onde  $nnel$  é o número de nós por elemento e  $x_i$  é a coordenada nodal.

Determina-se então o peso nodal  $W_\alpha$  para cada fluxo (água e óleo) pelo produto interno entre o vetor  $\mathbf{v}_{nod}$  e os vetores de fluxo de água  $\mathbf{q}_w$  e de óleo  $\mathbf{q}_o$ , onde:

$$W_w = \langle \mathbf{v}_{nod} \cdot \mathbf{q}_w \rangle \quad (115)$$

$$W_o = \langle \mathbf{v}_{nod} \cdot \mathbf{q}_o \rangle \quad (116)$$

Onde:

$$\langle x \rangle = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq 0 \\ x, & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad (117)$$

Por fim calcula-se a mobilidade para cada fase  $\lambda_{upw,e}^\alpha$ , no elemento, definida pela ponderação dos pesos e mobilidades nodais de acordo com a equação a seguir:

$$\lambda_{upw,e}^\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n_{mel}} [W_\alpha \lambda_\alpha]_i}{\sum_{i=1}^{n_{mel}} [W_\alpha]_i} \quad \text{onde } \alpha = w, o \quad (118)$$

Este parâmetro modificado é substituído diretamente na equação de fluxo discretizada com o objetivo de estabilizar o fluxo convectivo no esquema numérico CVFEM.

A técnica aqui proposta, chamada de *upwind CB*, pode ser interpretada através dos esquemas na Figura 31, para elementos 1D, 2D e 3D de qualquer geometria. Em síntese, o peso nodal (medida da contribuição do nó quanto à mobilidade) é definido em termos do ângulo entre o vetor nodal (vetor orientado no sentido do nó ao centro de gravidade do elemento) e o vetor de fluxo, onde esta medida se dá pelo produto escalar entre estes vetores. Se ambos forem paralelos e de sentido contrário, seu produto escalar é nulo e o nó terá contribuição nula, o que é o caso de um elemento 1D, onde a mobilidade no elemento será definida pelo nó a montante do elemento (que tem contribuição de 100%), tendo em vista que o vetor nodal a jusante do elemento será sempre oposto ao vetor de fluxo. O mesmo conceito pode ser aplicado no caso de elementos 2D e 3D.

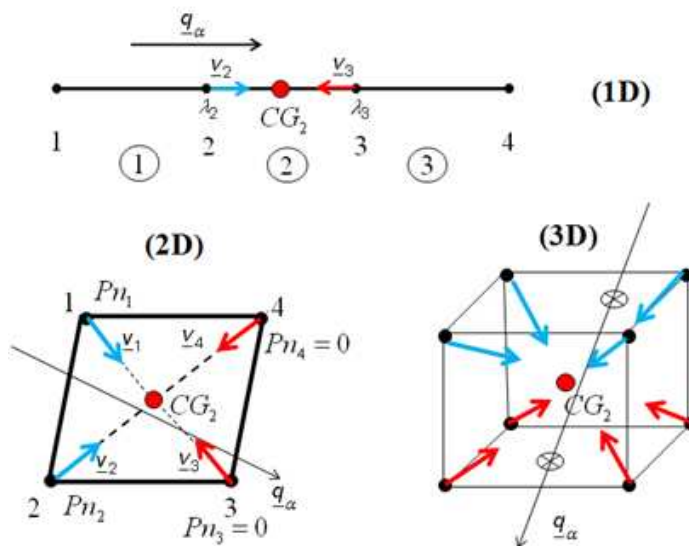


Figura 31 – Esquema de upwind para elementos 1D, 2D e 3D: técnica de *upwind CB*.

Na Figura 31 os termos  $\underline{v}_2$  e  $\underline{v}_3$  são os vetores dos nós 2 e 3 em relação ao centro de gravidade CG2 do elemento 2 (problema 1D) e a mesma consideração é tomada para o problema 2D e 3D. No caso do elemento 2D, neste esquema os termos  $P_{n1}$  a  $P_{n4}$  são respectivamente os pesos dos nós 1 a 4.

Esta técnica encontra-se aplicada e comparada a soluções numéricas e a solução analítica de um problema de fluxo bifásico imiscível unidimensional (Problema de *Buckley e Leverett*), posteriormente nesta tese, e consistiu em uma metodologia que satisfaz as necessidades do programa quanto às soluções de problema hidro-geomecânicos acoplados.

### 3.3.2 Técnica de “Upwind” de Primeira Ordem: proposta por Helmig (1997)

A técnica de estabilização proposta nos trabalhos de Helmig (1997) e Helmig & Huber (1997) e de interesse para posteriores contribuições a desenvolvimentos futuros do presente trabalho é definida como *Fully Upwind Control Volume Finite Element Method* (FU-CVFEM). Nesta técnica combina-se o método de Galerkin para a aproximação da integral de transmissibilidade com um esquema de *upwind* ponderando a mobilidade na face do elemento.

Dessa forma, a equação de fluxo do CVFEM de Helmig (1997) e Helmig & Huber (1997) é discretizada da seguinte forma:

$$(-1)^{\delta_{\alpha w}} \Phi \rho_{\alpha} \left( \bar{S}_{n,i}^{n+1} - \bar{S}_{n,i}^n \right) \frac{V_i}{\Delta t} = \left( \sum_{j \in \eta_i} \lambda_{\alpha,ij}^{n+1} \gamma_{\alpha,ij} \left( \psi_{\alpha,j}^{n+1} - \psi_{\alpha,i}^{n+1} \right) \right) + \mathbf{q}_{\alpha,i}^{n+1} V_i \quad (119)$$

Onde  $\alpha = w, o$  (água e óleo, respectivamente),  $i$  e  $j$  são os nós  $i$  e  $j$  respectivamente,  $\eta_i$  são os nós da vizinhança conectados ao nó  $i$  e  $\gamma_{\alpha,ij}$  e  $\psi_{\alpha,j}^{n+1}$  são respectivamente os termos de transmissibilidade e de potencial, definidos pelas equações a seguir:

$$\gamma_{ij}^{FUG} = \int_{\Omega} \nabla N_i \mathbf{k} \nabla N_j d\Omega \quad (120)$$

$$\psi_{\alpha,i}^{n+1} = p_{w,i}^{n+1} + \delta_{\alpha o} p_{c,i}^{n+1} - \rho_{\alpha} g_i \quad (121)$$

De uma forma geral as formulações são semelhantes e de aplicação plausível ao programa CODE\_BRIGHT, onde a comparação entre elas está esquematizada na Figura 32.

Nos trabalhos de Helmig (1997) e Helmig & Huber (1997) o tensor de permeabilidade  $\mathbf{k}$  é constante sobre todo o domínio e, nas interfaces entre rochas de diferentes propriedades, é harmonicamente ponderado. A determinação das mobilidades nos nós corresponde à condição de transmissibilidade positiva. A técnica de *upwind* de primeira ordem adotada é, portanto, definida como:

$$\lambda_{\alpha,ij}^{FUG} = \begin{cases} \lambda_{\alpha,i} & \text{se } \gamma_{ij}(\psi_{\alpha,j} - \psi_{\alpha,i}) \leq 0 \\ \lambda_{\alpha,j} & \text{se } \gamma_{ij}(\psi_{\alpha,j} - \psi_{\alpha,i}) > 0 \end{cases} \quad (122)$$

Onde  $\lambda_{\alpha,i}$  é a mobilidade da fase no nó  $i$  a montante do elemento e  $\lambda_{\alpha,j}$  é a mobilidade da fase no nó  $j$  à jusante do elemento.

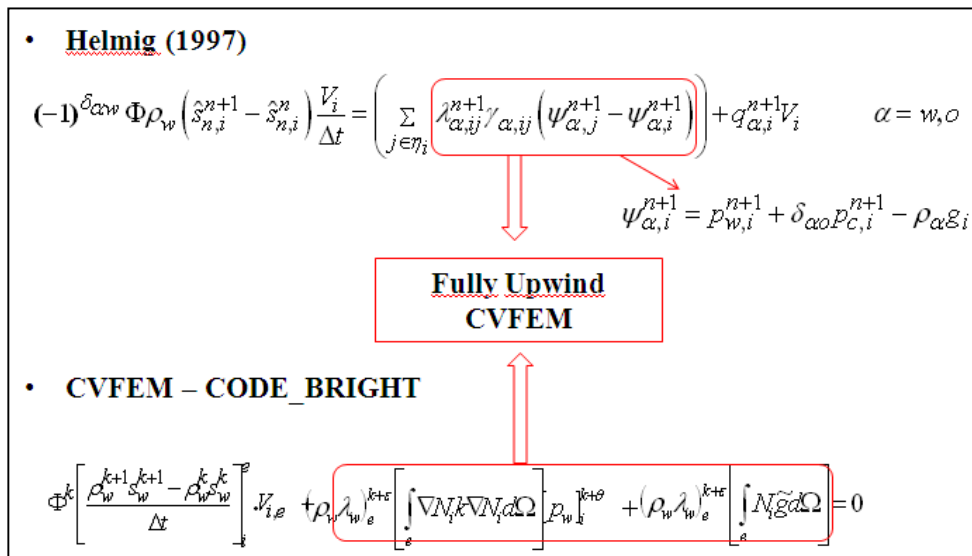


Figura 32 – Comparação entre as formulações apresentadas por Helmig (1997) e adotada no CODE\_BRIGHT.

Helmig & Huber (1997) discutem que, no caso unidimensional,  $\gamma_{\alpha,ij}$  é sempre positivo, porém para um domínio bidimensional em especial triângulos obtusos e retângulos com razão entre as faces que levem a transmissibilidades negativas devem ser evitados, tendo em vista que pode ocasionar oscilações numéricas e fluxo não-físicos. O mesmo é considerado em casos tridimensionais.

### 3.3.3 Problema de Buckley-Leverett: aplicação e validação da técnica de upwind CB

A solução analítica de Buckley-Leverett descreve o deslocamento imiscível de óleo pela água em um meio poroso rígido unidimensional e homogêneo. Esta solução foi obtida por Buckley e Leverett (1942) para problemas de fluxo bifásico imiscível sem considerar o termo de capilaridade (difusão física) sendo um método clássico para este tipo de verificação. Esta equação determina a velocidade de um perfil de saturação constante através de um sistema linear.

Partindo-se da equação de conservação de massa de fluido (Equação 24), considera-se o deslocamento unidimensional de óleo pela água, desprezando os termos de gravidade, capilaridade e fonte, e assumindo-se a velocidade do fluido  $\mathbf{q}$  constante chega-se à equação de Buckley-Leverett:

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \mathbf{q} \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \frac{\partial S_w}{\partial x} = 0 \quad (123)$$

Onde  $f_w$  é definido como o fluxo fracionário que determina a fração de fluxo total devido à água em qualquer ponto de um reservatório, admitindo que a saturação seja conhecida neste ponto. Sua expressão é:

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{\mu_w k_{ro}}{k_{rw} \mu_o}} \quad (124)$$

Segundo Carvalho (2005) a equação de Buckley-Leverett é do tipo hiperbólica de transporte não-linear, onde o termo  $\mathbf{q} \frac{\partial f_w}{\partial S_w}$  é uma função não-linear de  $S_w$ . Maiores detalhes sobre a



teoria deste problema encontram-se descritos nos trabalhos de Buckley e Leverett (1942), Helmig (1997), Santos (2002) e Carvalho (2005), entre outros.

Portanto, diante do exposto anteriormente, foi simulado o problema de Buckley-Leverett de forma a comparar a solução numérica obtida utilizando a formulação **pressão-saturação** via CVFEM com a técnica de **upwind CB** com a solução analítica de Buckley-Leverett. Também são comparadas as soluções numéricas obtidas por Santos (2002) utilizando o programa de elementos finitos CODE\_BRIGHT (Olivella *et al*, 1995), que utiliza **formulação pressão-pressão**, e o programa comercial em diferenças finitas IMEX da CMG (*Computing Modeling Group*).

O problema analisado consiste no fluxo bifásico imiscível em um meio poroso rígido, desconsiderando termos de gravidade e capilaridade, em uma malha unidimensional horizontal de comprimento de 300 metros, para um tempo de simulação de 10.000 dias. O meio poroso possui permeabilidade  $k_x = 3 \times 10^{-13} m^2$  e porosidade de 0,20.

Foi considerado o modelo de variação de permeabilidade relativa proposto no trabalho de Santos (2002), onde a relação permeabilidade relativa-saturação de água, admitindo uma saturação residual de água  $S_{wr} = 0,01$ , é definida pelos parâmetros de ajuste adimensionais da curva, ou seja,  $A_1 = 1$  e  $\lambda_1 = 2$ .

$$k_{rw} = A_1 S_e^{\lambda_1} \quad \text{e} \quad k_{ro} = A_1 (1 - S_e)^{\lambda_1} \quad (125)$$

Quanto aos fluidos envolvidos, são considerados a água e óleo cujas densidades são definidas pela Equação 21, como já visto, onde a densidade inicial  $\rho_{\alpha 0}$  e a compressibilidade  $\beta_{\alpha}$  de cada fase, bem como a pressão de referência  $p_{\alpha 0}$  assumem os valores definidos na Tabela 2.

**Tabela 2 – Propriedades para cálculo da densidade das fases.**

	$\rho_0$ (Kg/m <sup>3</sup> )	$\beta$ (MPa <sup>-1</sup> )	$P_0$ (MPa)
Água	996,319	$3,04 \cdot 10^{-6}$	0.1
Óleo	739,913	$1,92 \cdot 10^{-5}$	0.1

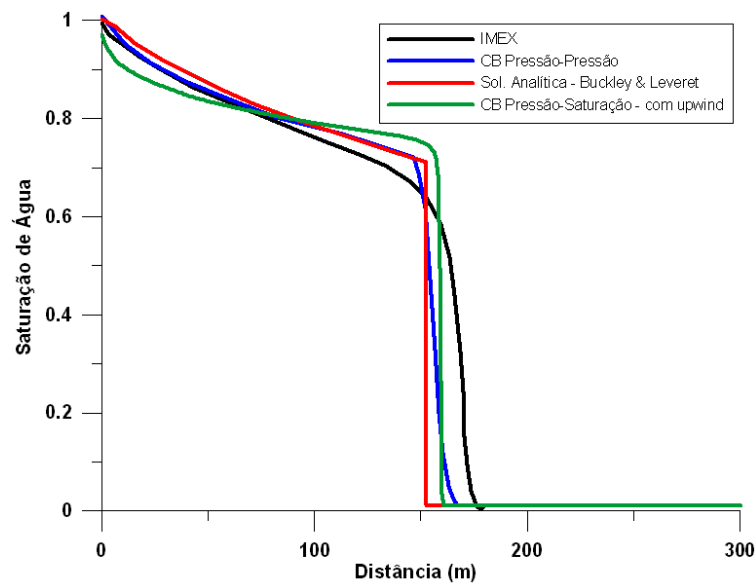
Os fluidos são admitidos com mesma viscosidade  $\mu_w = \mu_o = 1 \times 10^{-9}$  MPa.s, sendo esta propriedade constante com a pressão.

Com relação às condições iniciais e de contorno, estas estão descritas na Tabela 3 a seguir:

**Tabela 3 – Condições Iniciais e de Contorno.**

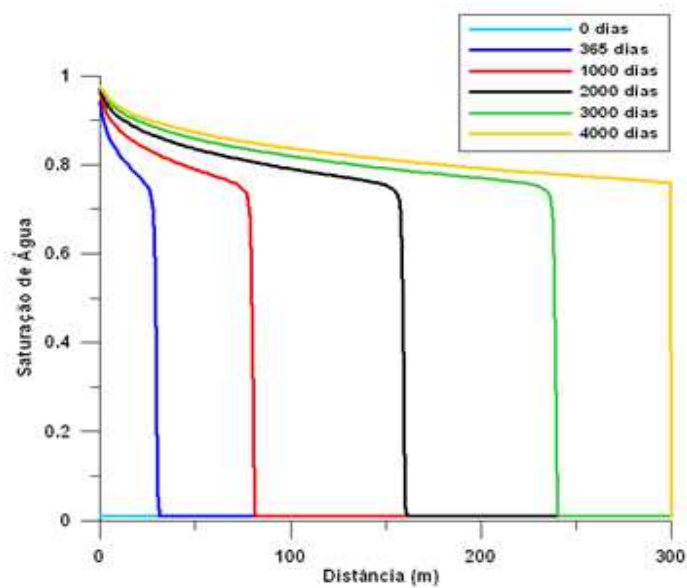
<p><u>Condições Iniciais:</u></p> <p><math>S_{w0} = 0,01</math> e <math>p_{o0} = 9,6</math> MPa</p>
<p><u>Condições de Contorno:</u></p> <p>Vazão de injeção de água = <math>1,49 \times 10^{-4}</math> Kg/s em <math>x=0</math> m</p> <p>Pressões de fundo de poço (poço produtor): <math>p_w = 9,4</math> MPa e <math>p_o = 9,6</math> MPa em <math>x=300</math> m</p>

A comparação entre os resultados do CODE\_BRIGHT, formulação **pressão-saturação**, e demais soluções foi feita, conforme pode ser vista na Figura 33. Nesta se observa uma boa aproximação da curva da frente de saturação obtida pelo programa com os demais resultados, inclusive com a solução exata do problema, para um tempo de  $T=2000$  dias. Entenda-se CB como abreviação de CODE\_BRIGHT nas legendas.



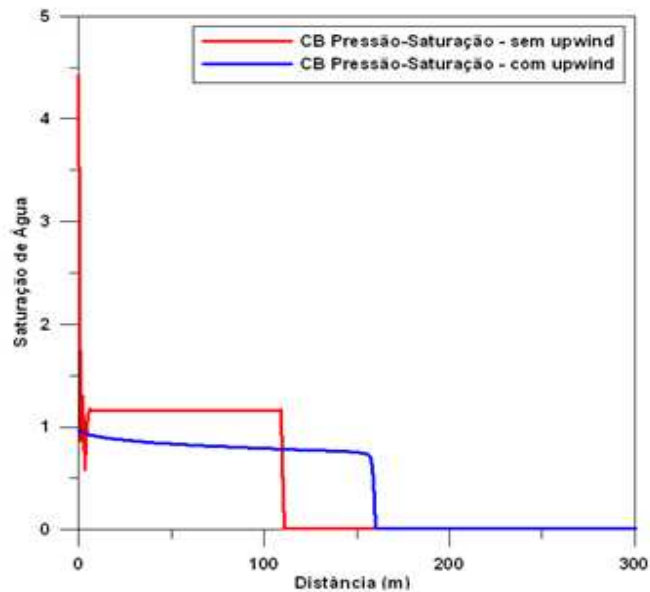
**Figura 33 – Solução do problema de Buckley-Leverett: comparação entre soluções (T=2.000 dias).**

Foram obtidas também as frentes de saturação (Figura 34) para diferentes tempos, considerando a técnica de *upwind CB*, mostrando resultados satisfatórios quanto às frentes de saturação com relação à ausência de oscilações numéricas nas soluções, onde, comparadas com as respostas fornecidas pelo programa CODE\_BRIGTH usando a formulação pressão-pressão apresentadas no trabalho de Santos (2002), os resultados foram bastante aproximados. Porém, as frentes de saturação aqui obtidas são menos suaves, principalmente na zona do choque, que nas soluções do trabalho anteriormente citado.



**Figura 34 – Solução do problema de Buckley-Leverett: avanço da frente de saturação (CODE\_BRIGTH – pressão-saturação com *upwind CB*).**

A comparação entre os resultados adotando ou não adotando a técnica de *upwind CB* aqui proposta, encontra-se apresentada, para o tempo de 2000 dias, na Figura 35. É possível observar que a solução do método sem adotar uma técnica de estabilização numérica leva a oscilações próximas ao poço injetor, com valores de saturação superiores a 1. A frente de saturação apresentada não atende às condições de estabilidade numérica e consistência física.



**Figura 35 – Solução do problema de Buckley-Leverett: comparação entre soluções do programa CODE\_BRIGTH considerando e não considerando técnica de *upwind* CB (T=2000 dias).**

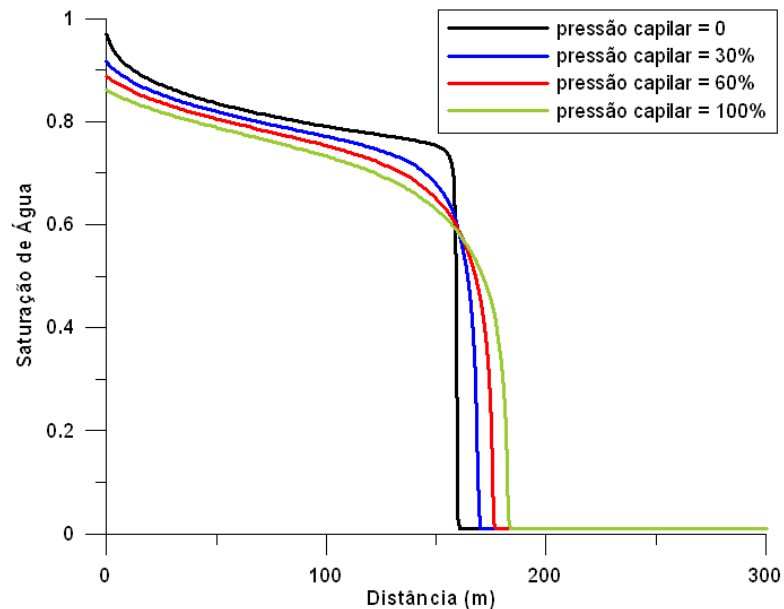
Helmig (1997) apresenta o comportamento da frente de saturação para um problema de fluxo bifásico imiscível em meio poroso unidimensional (problema convectivo-difusivo estacionário unidimensional), comparando a solução aproximada com relação à solução exata do problema, considerando e desconsiderando o termo de difusão. Quando se desconsidera o termo difusivo o processo de transporte é de convecção dominante e leva aos problemas já comentados neste capítulo, caracterizados por oscilações numéricas e má aproximação da frente de saturação. Já quando o transporte é de difusão dominante a solução obtida é uma frente de saturação suavizada sem ocorrência de oscilações.

Para o problema de Buckley-Leverett assume-se que as forças capilares não contribuem fortemente para o deslocamento de fluidos, e que seus efeitos têm influência desprezível sobre todo o fluxo comparada com o efeito dos gradientes de pressão, ou seja,  $\partial p_c / \partial x \cong 0$ . Do ponto de vista físico isto implica que a atração capilar do meio poroso não é importante como “força motriz” para deslocar fluido.

Em reservatórios de petróleo reais, gradientes de pressão capilar não-nulos levam a suavização do perfil de saturação, sem a ocorrência de choque acentuado, e com isso não

ocorrem oscilações na solução. Entretanto, quando estes gradientes são muito pequenos, o deslocamento de água tem uma forma suave, porém apresenta uma frente com declive mais acentuado (Allen III *et al*, 1988). A medida da difusão não é dada unicamente pelo valor da pressão capilar, mas sim pelas derivadas da pressão capilar com relação às saturações.

Portanto de forma a verificar a influência da difusão física no comportamento do perfil de saturação, diante da importância da pressão capilar discutida no Capítulo 2, foi simulado o problema anterior, porém considerando uma curva de capilaridade pela saturação de água, definida pela lei de Van-Genuchten considerando as propriedades  $m = 0,77$ ,  $n = 4,37$  e  $\alpha = 0,37$ . Foram realizadas simulações admitindo capilaridade nula, e valores de 30%, 60% e 100% da pressão-capilar a partir da curva de pressão capilar pré-fixada.



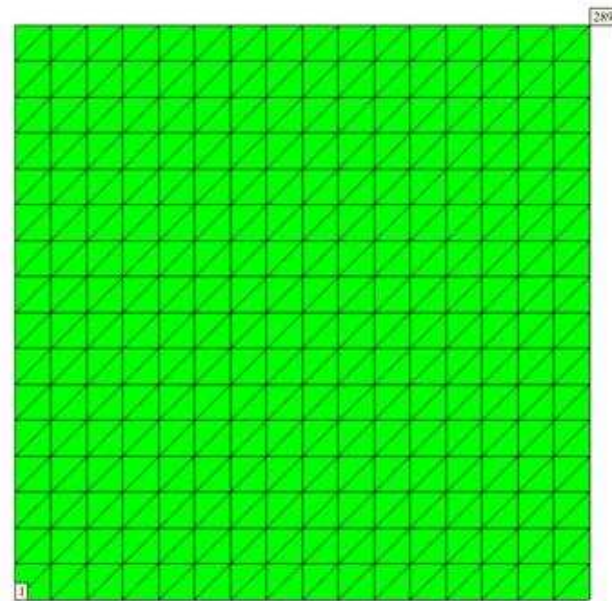
**Figura 36 – Influência da Pressão Capilar (difusão) no comportamento da frente de saturação (T=2000dias).**

Logo, na Figura 36 estão apresentados os resultados desta simulação onde se observa que à medida que se aumenta o termo capilar (difusão física), chega-se a uma solução mais suave do perfil de saturação, sem presença de oscilações, na qual a ocorrência da descontinuidade (choque) praticamente não é observada. Porém a frente de saturação avança com maior

velocidade que quando se desconsidera o termo capilar, gerando uma aproximação menos precisa com relação à solução exata do problema.

### ***3.3.4 Problema de fluxo bifásico em 1/4 de Five-spot: aplicação numérica de técnica de upwind CB e da Pressão Capilar***

Outra aplicação da formulação de fluxo bifásico proposta neste trabalho consiste em um caso de fluxo imiscível de água e óleo em um meio poroso rígido bidimensional definido por 1/4 de Five-spot com dimensões 100 x 100 metros. Trata-se de um problema de convecção-difusão onde o termo capilar é considerado para diferentes porcentagens, 10% e 50%, de seu valor total de forma a visualizar sua interferência na distribuição das saturações de água e óleo ao longo da malha de elementos finitos definida por triângulos lineares totalizando em 289 nós e 512 elementos (Figura 37).



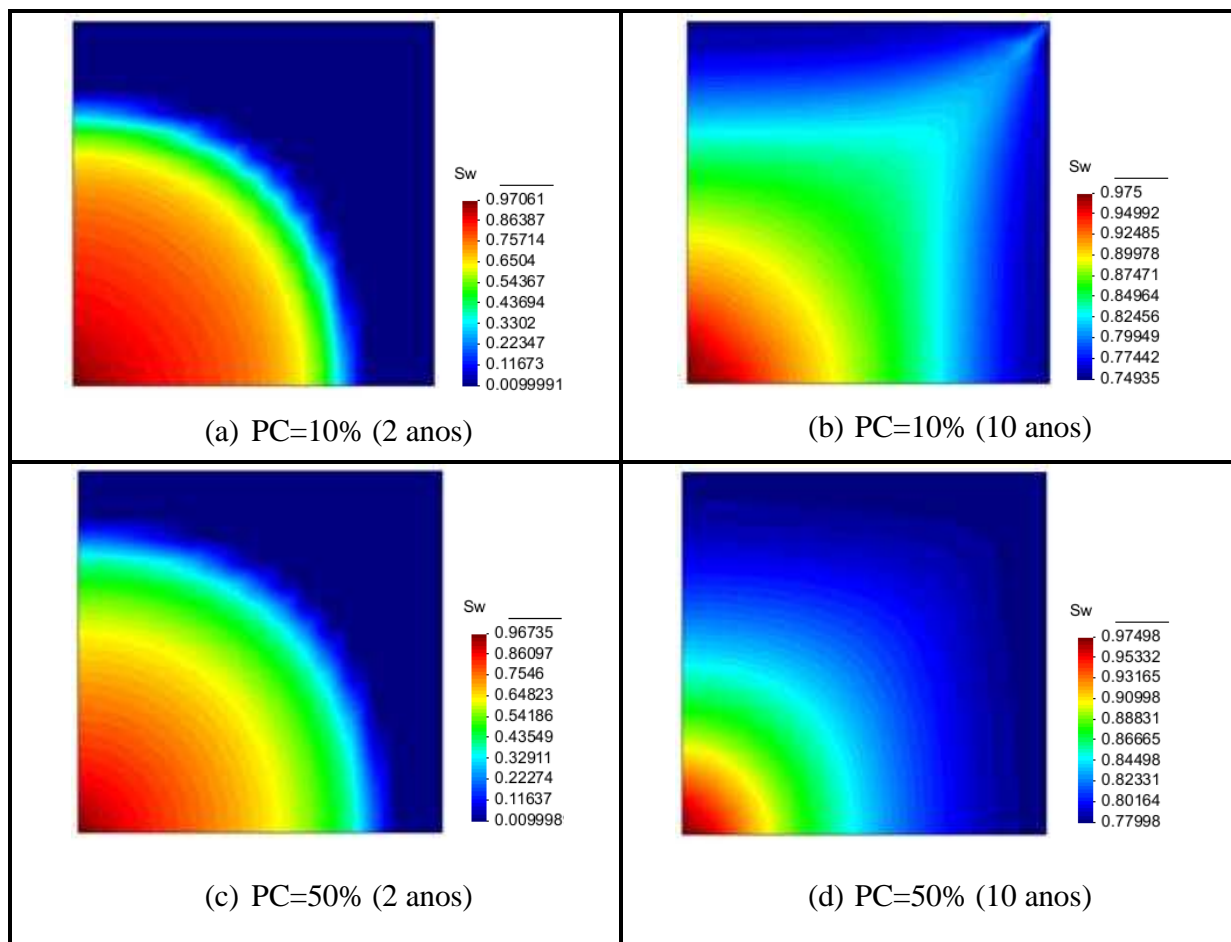
**Figura 37 – Malha de Elementos Finitos.**

As propriedades de densidade e viscosidade, bem como as curvas permeabilidade relativa-saturação de água e pressão capilar-saturação de água são as mesmas adotadas no exemplo

unidimensional descrito anteriormente. O meio possui porosidade de 20% e é homogêneo e isotrópico, onde  $k_x = k_y = 3 \times 10^{-13} m^2$ .

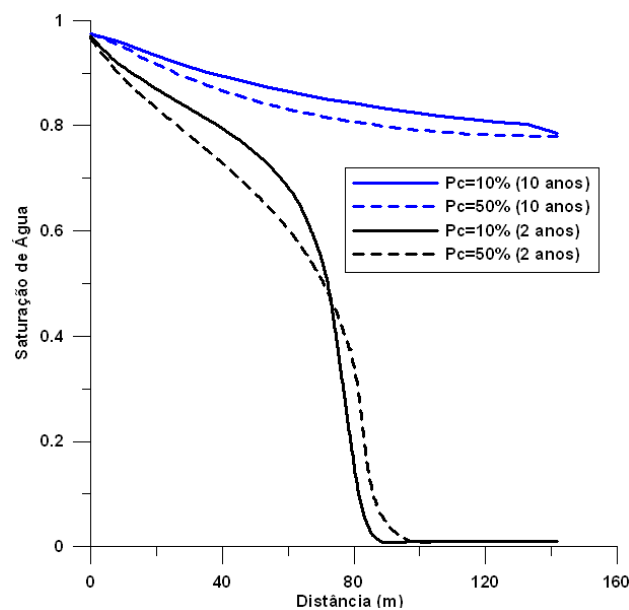
A pressão de óleo inicial é  $p_{o0} = 9,6 MPa$  e a saturação de água inicial é  $S_{w0} = 0,01$ . Como condições de contorno são aplicadas uma vazão de injeção de água (poço injetor localizado no nó 1) igual a  $1 \times 10^{-5} m^3/s$  e uma vazão de produção (poço produtor locado no nó 289) em igual valor.

Na Figura 38 estão apresentados os resultados, utilizando a técnica de *upwind CB*, da distribuição da saturação para os tempos de 2 e 10 anos, considerando os valores de 10% e 50% da curva capilar de referência.



**Figura 38 – Influência da Pressão Capilar PC (difusão) na saturação de água: (a) PC=10% (2 anos); (b) PC=10% (10 anos); (c) PC= 50% (2 anos); (d) PC=50% (10 anos).**

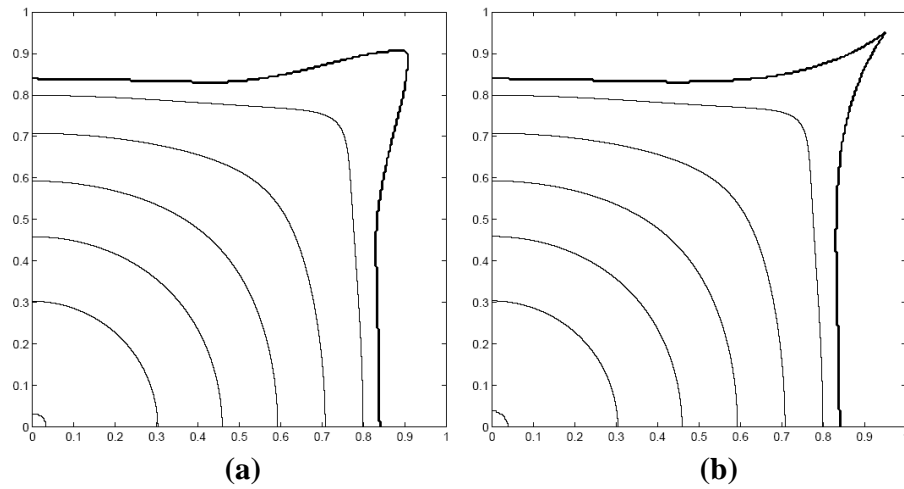
Com isso observa-se que considerando uma porcentagem menor da pressão capilar, o fluxo de água apresenta um comportamento bastante semelhante ao obtido em um caso de convecção dominante (Figura 38a), onde a descontinuidade do choque é mais perceptível (mais acentuada) que na solução para uma pressão capilar maior (Figura 38c) na qual o perfil de saturação é mais suavizado. Isto pode ser observado também na Figura 39 que mostra os perfis de saturação de água ao longo da diagonal que liga o poço injetor ao produtor. Quando se considera o tempo de 10 anos, verifica-se que ao adotar-se um escoamento menos difusivo ( $P_c=10\%$ ), há a formação de um “*finger*” na direção do poço produtor definida na diagonal que liga os poços, representando assim um comportamento similar ao apresentado por Karlsen *et al* (1999), para um perfil de saturação usando um método menos difusivo, mostrado na Figura 40b. Já no caso em que o termo capilar possui valores maiores, a frente de saturação é suavemente distribuída e apresenta uma formação de “*finger*” bem mais largo que na solução menos difusiva, na direção do poço produtor similar ao comportamento também apresentado por Karlsen *et al* (1999) que mostra a frente de saturação para métodos mais difusivos, conforme apresentado na Figura 40a.



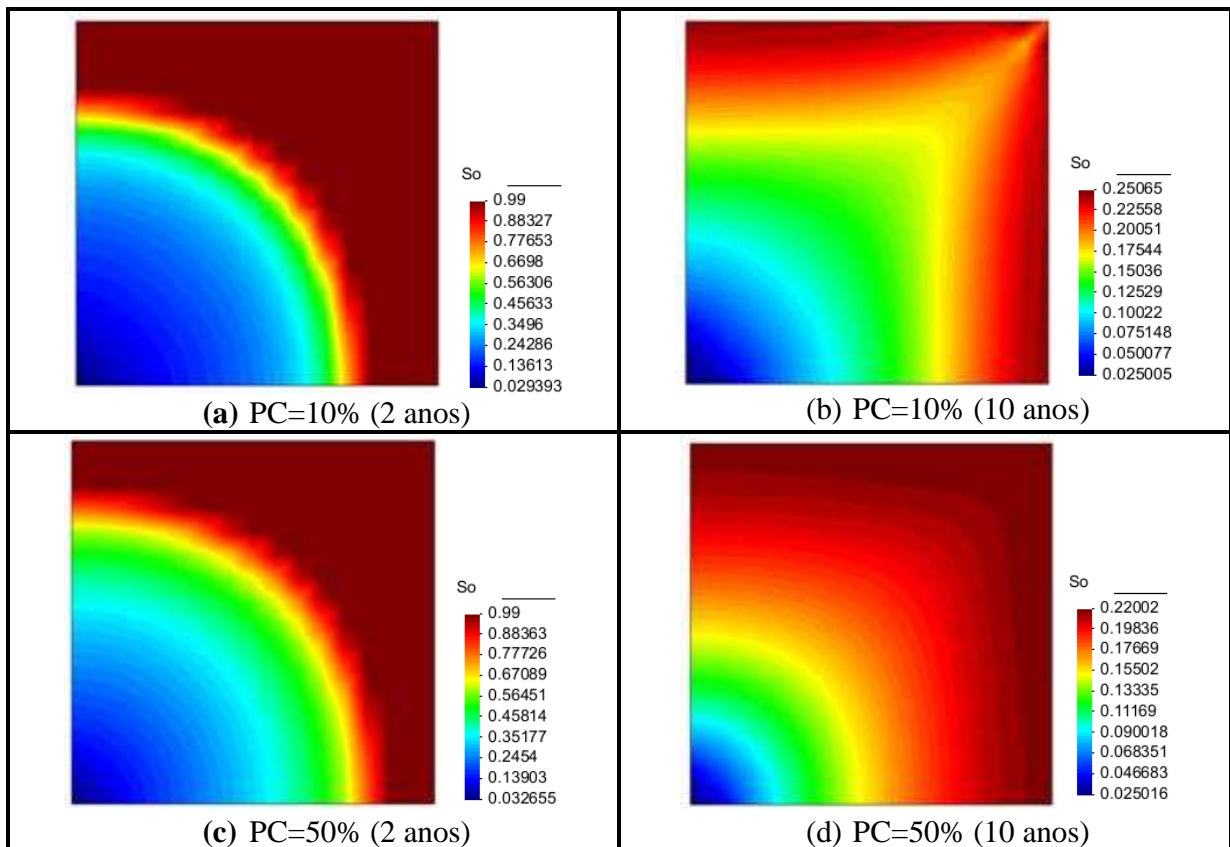
**Figura 39– Perfis de Saturação: influência da Pressão Capilar (difusão)**

A Figura 41 apresenta os perfis de saturação de óleo que são análogos aos obtidos para saturação de água, tendo em vista sua dependência deste parâmetro. Estes perfis representam quanto óleo foi removido do meio poroso, considerando uma saturação inicial de óleo de 0,99.



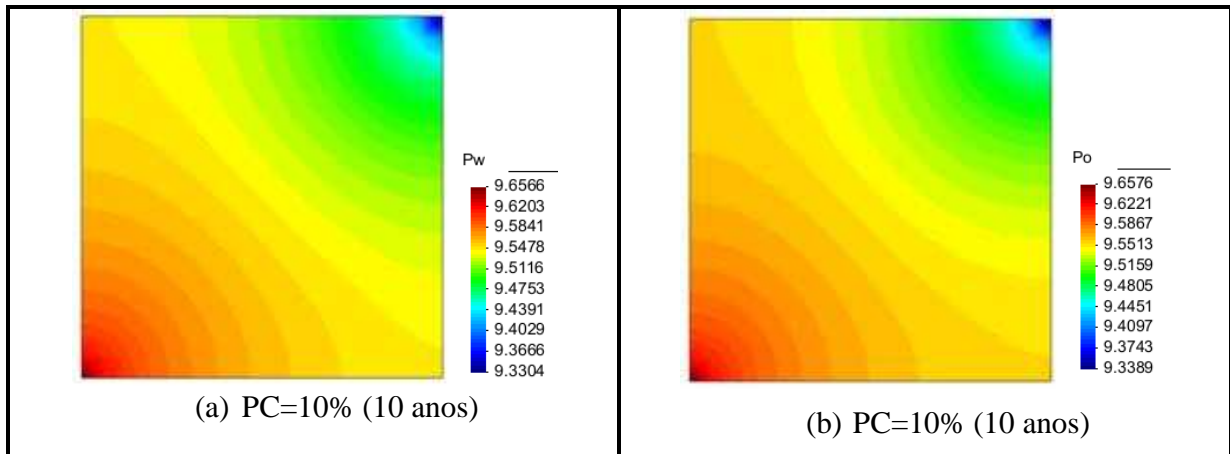


**Figura 40 – Frentes de saturação para fluxo bifásico imiscível em  $\frac{1}{4}$  de 5-spot homogêneo (Karlsen *et al*, 1999): (a) Perfil de saturação para método mais difusivo (“Five-point scheme”); (b) Perfil de saturação para método menos difusivo (“Nine-point scheme”).**



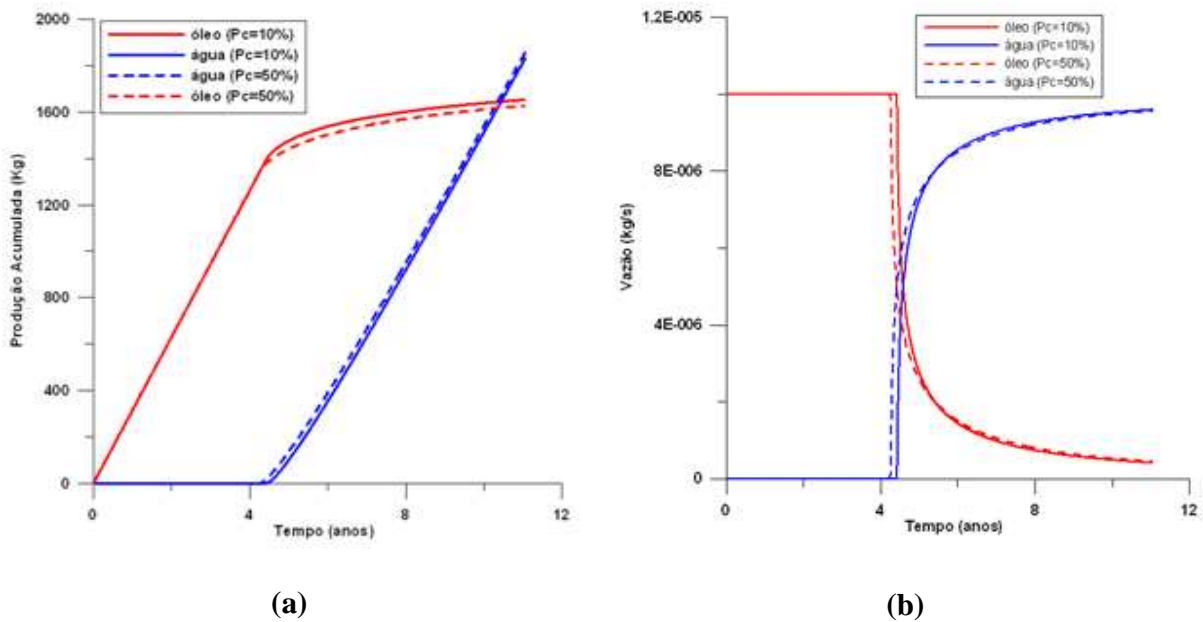
**Figura 41 – Influência da Pressão Capilar (difusão) na saturação de óleo: (a) PC=10% (2 anos); (b) PC=10% (10 anos); (c) PC=50% (2 anos); (d) PC=50% (10 anos).**

O gradiente de pressões no sentido do poço injetor ao poço produtor pode ser observado na Figura 42, que apresenta a distribuição de pressão de água  $p_w$  e de óleo  $p_o$  ao longo do reservatório, para um tempo de 10 anos considerando 10% da pressão capilar. A diferença observada entre os valores destas variáveis é devida à capilaridade considerada.



**Figura 42 – Influência da Pressão Capilar (difusão) nas pressões de fluido para T=10anos:  
(a) Pressão de água  $P_w$  para PC=10%; (b) Pressão de óleo  $P_o$  para PC=10%.**

Diante dos resultados até aqui apresentados observa-se também que, ao considerar o termo de pressão capilar, os resultados referentes às produções acumuladas de água e óleo (Figura 43a) bem como as vazões de produção (Figura 43b) são influenciados, onde à medida que o problema se torna mais difusivo (maior capilaridade) a ocorrência do *breakthrough* é antecipada levando a uma produção de água superior à obtida no caso menos difusivo. Isto ocorre devido à chegada mais rápida da frente de saturação quando se considera valores maiores de pressão capilar. A forma do perfil de saturação também influencia a produção, conforme pode ser visto nas Figuras 41b e 41d, onde problemas menos difusivos proporcionam uma frente de saturação que faz a um varrido de óleo pela água mais efetivo, o que leva a produções acumuladas de óleo (Figura 43a) maiores para problemas envolvendo menores valores de pressão capilar. O mesmo impacto é observado quanto às vazões de produção de água e de óleo (Figura 43b).



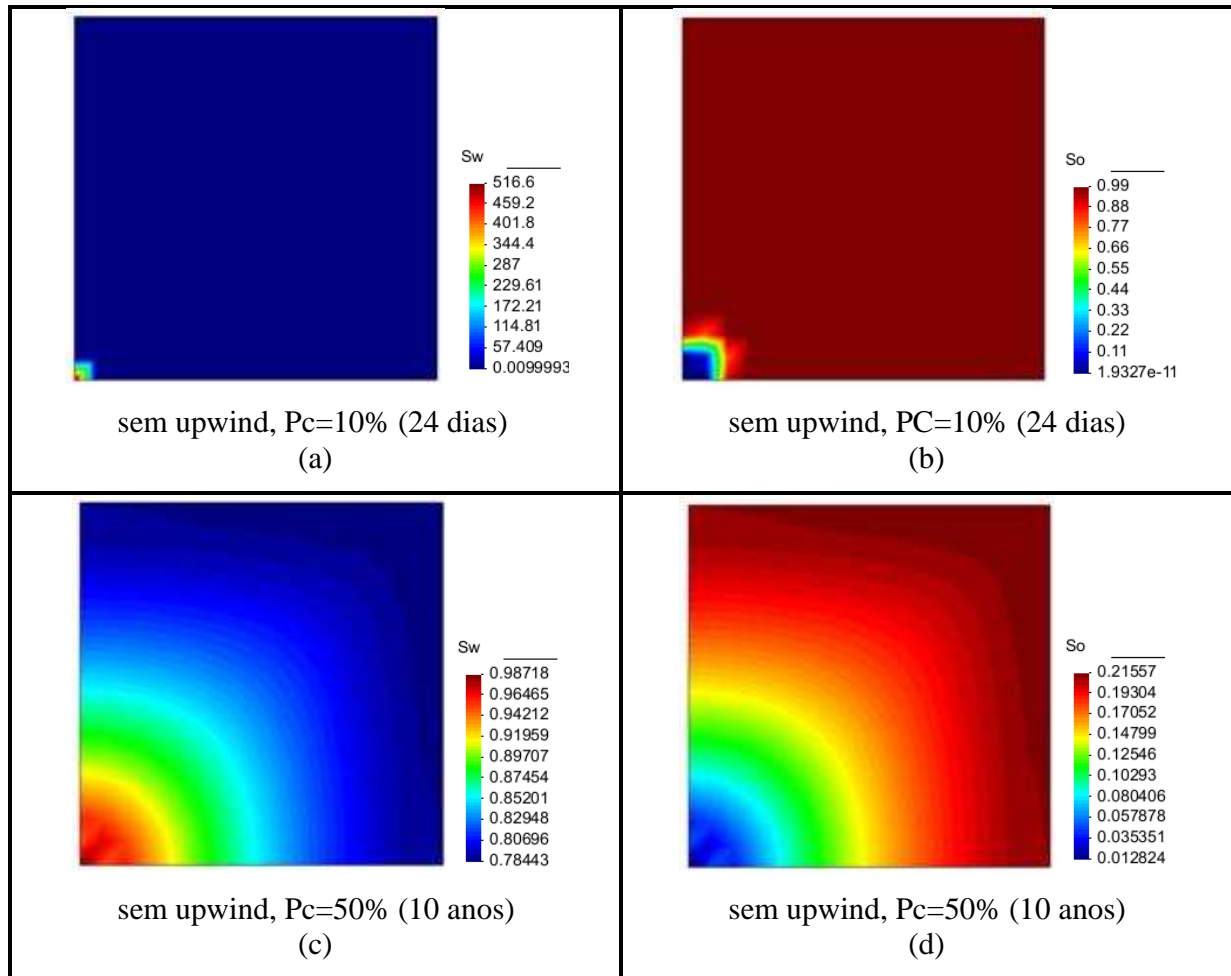
**Figura 43 – Influência da Pressão Capilar (difusão) na produção de fluidos: (a) Produção acumulada de água e óleo; (b) Vazão de produção.**

Por fim, passa-se a análise do problema proposto neste item considerando a solução através do programa CODE\_BRIGHT sem utilizar a técnica de *upwind CB*. Para problemas de comportamento convectivo ou com baixa difusão o perfil de saturação tende a apresentar efeitos de oscilações numéricas e até levar à perda de convergência. Isto pode ser observado nas Figuras 44a e 44b, onde são apresentadas as distribuições de saturação de água e de óleo, respectivamente. Neste caso, ao assumir-se apenas 10% da pressão capilar, a solução obtida é não-física e definida por saturação de água  $S_w \gg 1$  e saturação de óleo abaixo do seu valor residual (irredutível)  $S_{or} = 0,01$ . Para esta situação o programa apresentou convergência até um tempo de 24 dias, encerrando o processo numérico neste instante. Os resultados das saturações de água e óleo para este caso e para o tempo de 24 dias estão mostrados nas Figuras 44a e 44b.

Já quando se considera um efeito difusivo maior, ou seja, admitindo uma pressão capilar de 50%, mesmo sem considerar a estabilização numérica, chega-se a uma solução até 10 anos (Figuras 44c e 44d), porém com uma distribuição não tão bem definida na região próxima ao poço injetor, possivelmente devida a oscilações numéricas. Com isso verifica-se que é

imprescindível a adoção da técnica de upwind para solução destes problemas, tendo em vista a estabilidade numérica que é fornecida.

Maiores investigações quanto ao efeito da pressão capilar sobre problemas de fluxo em meios porosos são propostas como continuidade deste seguimento do presente trabalho.



**Figura 44 – Resultados para programa sem utilizar técnica de *upwind* CB: (a) Saturação de água para  $P_c=10\%$ ; (b) Saturação de óleo para  $P_c=10\%$ ; (c) Saturação de água para  $P_c=50\%$ ; (d) Saturação de óleo para  $P_c=50\%$ .**

# CAPÍTULO 4

## ESTRATÉGIAS DE ACOPLAMENTO

Para a solução do sistema de equações provenientes da discretização espaço-temporal, são necessários métodos numéricos estáveis, eficientes e robustos para a obtenção de resultados fisicamente reais. Um primeiro ponto a ser determinado, como já comentado, é a escolha da estratégia de acoplamento entre o simulador de fluxo e o módulo geomecânico.

Assim, dois processos físicos definidos pelo fluxo de fluido e pela deformação mecânica em um reservatório são governados por diferentes fenômenos físicos que são acoplados um ao outro e o nível do acoplamento depende do tipo de formulação numérica adotada no programa numérico (Lewis *et al*, 1984).

Formulações acopladas são aquelas aplicáveis a múltiplos domínios e variáveis dependentes que descrevem diferentes fenômenos físicos e nenhum conjunto de variáveis dependentes podem ser eliminadas explicitamente (Jha, 2005).

Muitas são as formas de acoplamento (Samier *et al*, 2003) tais como a aproximação clássica com a compressibilidade da rocha, usando apenas o simulador de fluxo; o acoplamento livre entre o simulador de fluxo (em volumes finitos), que calcula as pressões, e o módulo geomecânico (em elementos finitos) que recebe as pressões calculadas e atualiza as tensões realimentando o simulador de fluxo com as novas porosidades e permeabilidades; o acoplamento em uma direção, que é uma simplificação do anterior, onde não há a realimentação do simulador de fluxo; e o acoplamento total (*Fully Coupled*) onde as incógnitas mecânica (deslocamento) e de fluxo (pressão e saturação) são resolvidas simultaneamente.

Em seu trabalho Jha (2005) comenta que a eficiência computacional, convergência das soluções numéricas e a combinação em um código de dois simuladores (fluxo de fluido em diferenças finitas e simulador de tensões em elementos finitos) são os três principais desafios existentes com relação às análises do acoplamento geomecânico físico. Um exemplo disso é o fato de que um modelo de simulação de fluxo com geomecânica totalmente acoplado (*Fully*

*Coupled*) tem sua aplicação considerada inviável para problemas de simulação de reservatórios tridimensionais de grande escala.

São várias as formas de nomes dados aos diversos métodos de acoplamento. Minkoff *et al* (2003) descrevem três tipos básicos de acoplamento hidro-geomecânico sendo estes o modelo Totalmente Acoplado (*Fully Coupled*), modelo acoplado em uma direção e o modelo com acoplamento livre, sendo este último adotado em seu trabalho. Técnicas numéricas para simulações acopladas de fluxo em reservatórios com geomecânica são apresentadas por Gai *et al* (2005), onde foi utilizado o acoplamento iterativo em conjunto com o acoplamento explícito, considerando um indicador de erro para determinar quando o deslocamento precisa ser atualizado e se a técnica de acoplamento explícito ou o acoplamento iterativo é necessário. Com relação a este método os autores do trabalho referido anteriormente consideram que o algoritmo resultante é computacionalmente mais eficiente que o método unicamente iterativo e mais estável e preciso que o método de acoplamento explícito.

Settari & Walters (1999) descrevem diferentes níveis de acoplamento e sistemas acoplados de fluxo multifásico e geomecânica, sendo alguns destes discutidos a seguir bem como será apresentado o tipo de acoplamento adotado no nosso trabalho.

#### 4.1 TIPOS DE ACOPLAMENTO

Como já comentando, existem diversas formas de acoplamento para o problema de fluxo de fluido em reservatórios considerando o comportamento geomecânico das rochas. Neste item serão descritos, de forma geral, dois dos métodos de acoplamento mais importantes na engenharia de reservatórios e debatidos na literatura científica.

- **Modelo Totalmente Acoplado (*Fully Coupled/Full Implicit*)**: consiste em uma aproximação onde se tenta resolver ao mesmo tempo o sistema de EDP's em um esquema iterativo de Newton e por isso é computacionalmente dispendioso, especialmente para problemas envolvendo grandes malhas (Tran *et al*, 2005), porém há possibilidades de serem aplicados a casos deste tipo desde que se utilize uma única malha para discretizar ambos os problemas de fluxo e mecânico (Jha, 2005). Segundo

Jha (2005), o sistema totalmente acoplado apresenta uma propriedade de convergência incondicional para a integração de tempo implícita e fornece consistência interna na compilação e nas análises de resultados. Pereira (2007) discute as vantagens e desvantagens deste método, onde entre as principais vantagens pode-se citar a construção de uma única matriz para solução do sistema de equações, podem resolver problemas de alto grau de acoplamento entre o fluxo de fluidos e a geomecânica, atualiza porosidades e permeabilidades, etc. Entre algumas das desvantagens está o alto custo computacional. Este tipo de acoplamento é discutido com mais detalhes em trabalhos como Lewis & Schrefler (1998), Gutierrez & Lewis (1998), Gai *et al* (2005), Jha (2005) e Pereira (2007), entre outros. Este método possui convergência quadrática e é definido pelo sistema a seguir (convenção adotada por Jha, 2005), caracterizado pelo Jacobiano na forma de matriz tangente “cheia” (considerando os termos de acoplamento):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{ss} & \mathbf{S}_{sP} & 0 \\ \mathbf{S}_{Ps} & \mathbf{S}_{PP} & \mathbf{S}_{Pu} \\ 0 & \mathbf{S}_{uP} & \mathbf{S}_{uu} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \delta \mathbf{S} \\ \delta \mathbf{P} \\ \delta \mathbf{U} \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s \\ \mathbf{R}_P \\ \mathbf{R}_u \end{bmatrix}_k \quad (126)$$

Onde os elementos  $\mathbf{S}_{ij}$  da matriz tangente são definidos pela derivada do resíduo  $\mathbf{R}_i^{k+1}$  com relação à incógnita  $\mathbf{X}_j$ :

$$\mathbf{S}_{ij} = -\frac{\partial \mathbf{R}_i^{k+1}}{\partial \mathbf{X}_j} \quad (127)$$

Outra consideração quanto à matriz tangente é que esta define o acoplamento entre os diferentes processos físicos em termos de blocos separados, ou seja, o termo  $\mathbf{S}_{uP}$  é a matriz de acoplamento dos deslocamentos nas equações de fluxo e  $\mathbf{S}_{Pu}$  é a matriz de acoplamento do problema de fluxo no problema mecânico. O segundo e terceiro termos da Equação 126 são, respectivamente, os vetores de incógnitas e o vetor de resíduos referentes às equações de fluxo de água e óleo e as incógnitas saturação de água e pressão de óleo, e à equação de equilíbrio de tensões com os deslocamentos como incógnitas.

- **Modelo de Acoplamento Iterativo**: este método de acoplamento é caracterizado pela divisão do problema completo (definido na Equação 126) em subsistemas de equações de fluxo e equações do modelo geomecânico e assim resolve sequencialmente cada um deles enquanto garantida a convergência total da solução para todo passo de tempo. Portanto consiste na solução sequencial da parte de fluxo e da parte mecânica para cada passo de tempo até atingir a convergência desejada nas soluções. Desta forma este método torna-se um subconjunto do método totalmente acoplado e um método superior ao esquema de acoplamento explícito (Jha, 2005). Matematicamente, este modelo pode ser expresso pela modificação do sistema linear definido na Equação 126, ao tomarem-se os termos de contribuição para o acoplamento como sendo nulos: pela

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{ss} & \mathbf{S}_{sP} & 0 \\ \mathbf{S}_{Ps} & \mathbf{S}_{PP} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{S}_{uu} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \delta \mathbf{S} \\ \delta \mathbf{P} \\ \delta \mathbf{U} \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s \\ \mathbf{R}_P \\ \mathbf{R}_u \end{bmatrix}_k \quad (128)$$

Estes tipos de acoplamento descritos anteriormente são aqui definidos como dos mais importantes, sendo adequados para problemas onde o comportamento mecânico da rocha afeta diretamente o fluxo de fluidos, porém existe uma infinidade de outras técnicas de acoplamento formuladas e merecem atenção quanto a sua estrutura e aplicabilidade. Pereira (2007) descreve com mais detalhes, tanto os métodos totalmente acoplados e iterativos quanto os métodos de acoplamento explícito e de Pseudo-Acoplamento. Ele comenta que o mais utilizado na simulação de reservatórios é o tipo iterativo, porém métodos de acoplamento mais fracos como os explícitos são aplicados a problemas de reservatórios de gás onde a compressibilidade do fluido é bem maior que a da rocha.

A seguir será descrita a técnica utilizada no programa em elementos finitos CODE\_BRIGHT, denominada como acoplamento Sequencial Implícito e utilizada no presente trabalho.



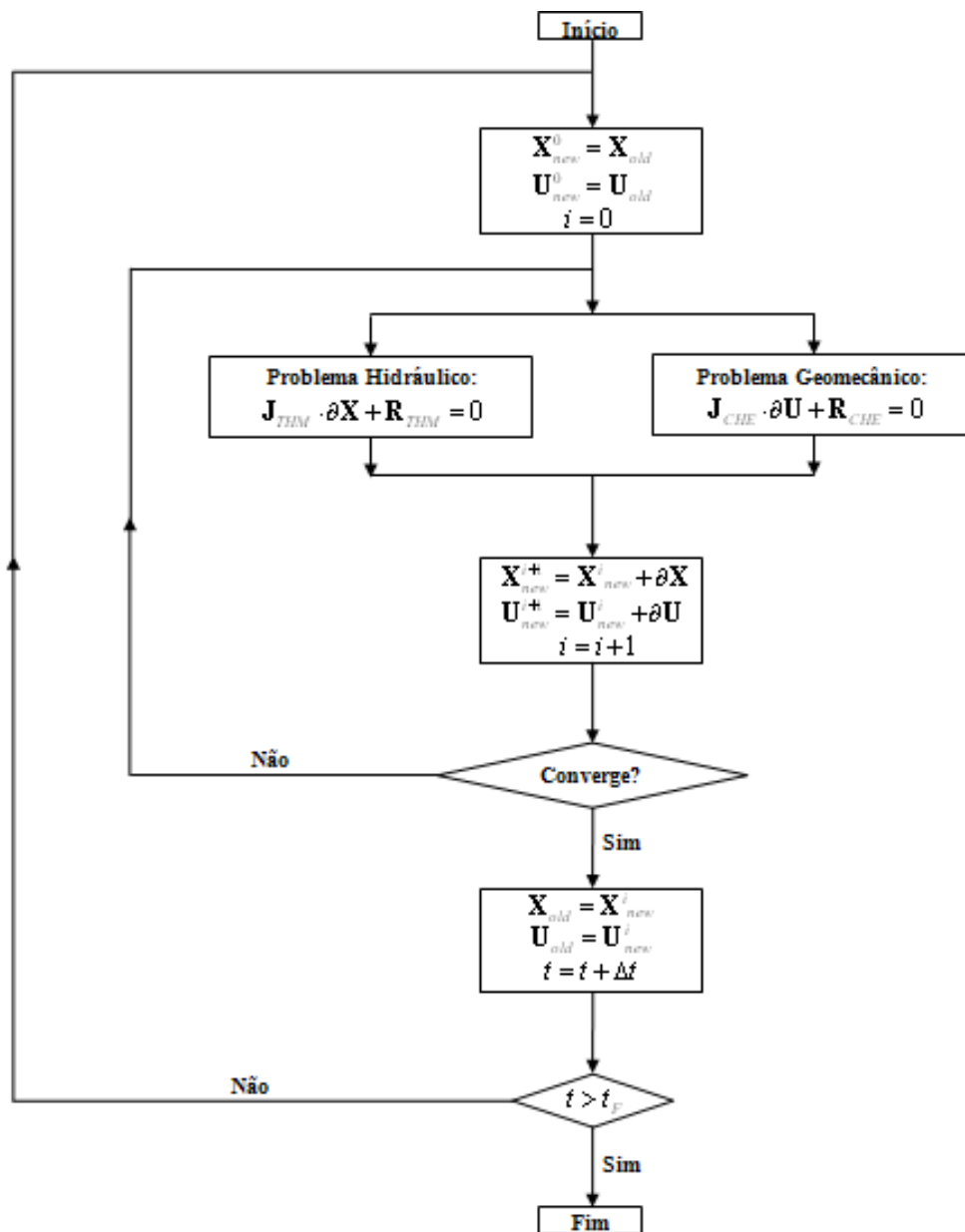
## 4.2 ACOPLAMENTO NUMÉRICO DO PROGRAMA CODE BRIGHT: SEQUENCIAL IMPLÍCITO

Diante de todo conteúdo posto até aqui, observa-se que para cada passo de tempo são resolvidos dois sistemas não-lineares de equações correspondentes ao problema hidráulico e ao problema mecânico. O programa CODE\_BRIGTH, com relação à solução do sistema de equações de fluxo, tanto na formulação pressão-pressão (Olivella *et al.*, 1995) quanto na formulação pressão-saturação (desenvolvido e implementado no nosso trabalho) adota um esquema de solução totalmente acoplado, onde ambas as equações são resolvidas simultaneamente, sendo adotada uma única malha de elementos finitos (um único domínio) para ambos os problemas.

Quanto ao acoplamento hidro-geomecânico, para cada incremento de tempo o sistema de equações de fluxo e mecânicas são resolvidos separadamente considerando-se dois tipos de acoplamento entre estes, aqui definidos como acoplamento forte e fraco.

Considera-se aqui um acoplamento forte que é adotado quando a influência do problema mecânico sobre o problema de fluxo é significativa. Este tipo de acoplamento no programa CODE\_BRIGTH resolve simultaneamente (em paralelo), para um mesmo passo de tempo, os sistemas de equações hidráulicas e mecânicas onde o processo iterativo se dá até que ambos os problemas atinjam a convergência, e assim segue-se para o próximo passo de tempo. Este tipo de acoplamento pode ser entendido através do esquema apresentado na Figura 45.

Neste esquema os termos  $\mathbf{X}_{new}$  e  $\mathbf{X}_{old}$  são, respectivamente, os vetores de incógnitas do problema hidráulico ao final e início do incremento de tempo. Já  $\mathbf{U}_{new}$  e  $\mathbf{U}_{old}$  são, da mesma forma, os vetores de incógnitas do problema mecânico para o final e início do incremento de tempo. O índice  $i$  indica o número das iterações de Newton-Raphson. Os termos Jacobianos do problema mecânico e hidráulico são representados respectivamente por  $\mathbf{J}_{THM}$  e  $\mathbf{J}_{CHE}$ , respectivamente, bem como os resíduos são definidos por  $\mathbf{R}_{THM}$  e  $\mathbf{R}_{CHE}$ . Já  $\partial\mathbf{X}$  e  $\partial\mathbf{U}$  são as correções de Newton-Raphson para os problemas de fluxo e mecânico.



**Figura 45 – Esquema de acoplamento numérico forte adotado no programa CODE\_BRIGHT (Guimarães, 2002).**

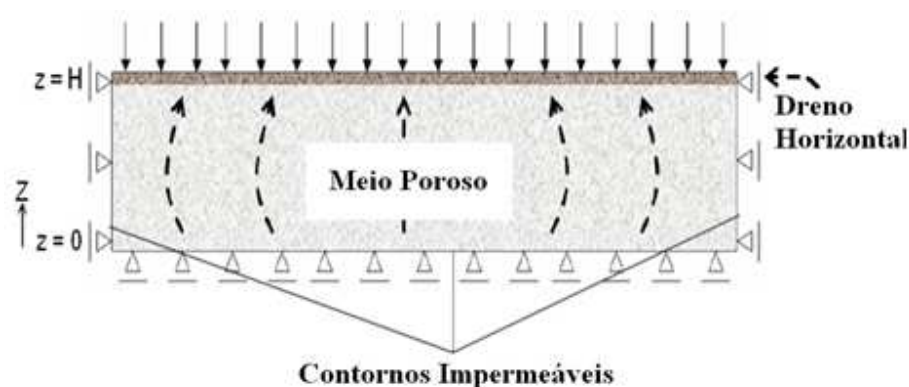
Portanto, adotou-se neste trabalho o **acoplamento seqüencial-implícito** entre as equações de fluxo e a equação mecânica, onde, de uma forma geral, ambas as incógnitas são atualizadas a cada interação num mesmo passo de tempo até ambos os sistemas (fluxo e geomecânico) atingirem a convergência. Neste caso as incógnitas do problema de fluxo são utilizadas pela

equação mecânica para atualizar o estado de tensões, calculando assim as deformações volumétricas ocorridas e atualizando a porosidade e permeabilidades do meio poroso. Estes três últimos parâmetros são então utilizados nas equações de fluxo, dando assim continuidade ao processo.

A seguir serão apresentados exemplos de aplicação do programa considerando o acoplamento aqui descrito, de forma a comparar as soluções obtidas pelo CODE\_BRIGHT com outras soluções, fazendo assim a validação do código.

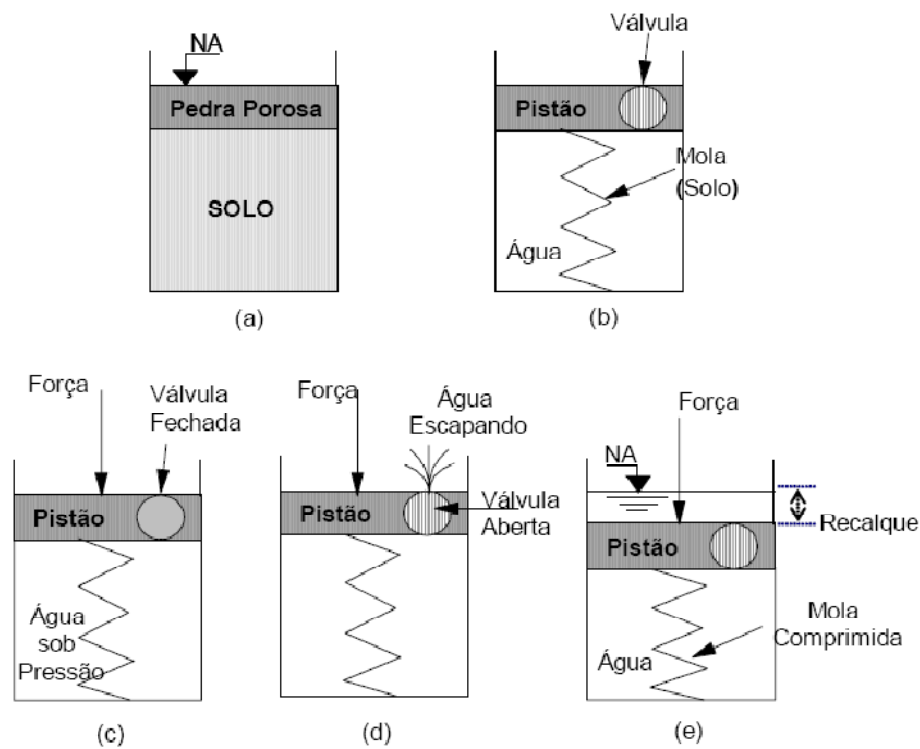
#### **4.2.1 Problema de Adensamento Unidimensional: Problema de Terzagui (fluxo monofásico)**

Este problema foi descrito por Terzaghi em 1943, onde um meio poroso submetido a um carregamento  $p_0$  vertical constante instantâneo (para o tempo  $t=0$ ). O topo do meio poroso é totalmente permeável permitindo a drenagem da água, enquanto que a base é considerada impermeável. Este problema pode ser caracterizado por um caso de uma camada de rocha porosa permeável saturada de água, de altura  $H$  e com largura de grande extensão e de base rígida impermeável, conforme o esquema da Figura 46, submetida a um carregamento vertical aplicado em sua superfície. A partir deste esquema, é possível fazer uma analogia unidimensional, equivalente ao modelo do problema de Terzagui, onde as condições de contorno adotadas são as anteriormente definidas.



**Figura 46 – Geometria e Condições de Contorno para problema de adensamento 1D.**

Ao comprimir-se um solo saturado, parte desta carga de compressão é distribuída para o esqueleto sólido e parte é suportada pela água. Isto pode ser interpretado também através da analogia hidromecânica (Figura 47), apresentada em diversos livros da Mecânica dos Solos, onde se mostra um cilindro de solo saturado com uma válvula de controle de drenagem (equivalente a uma pedra porosa drenante) no topo, no qual o esqueleto sólido é assemelhado a uma mola. No instante inicial do carregamento são geradas poro-pressões (água sob pressão) e o esqueleto sólido (a mola) não se deforma, caracterizando a resposta não-drenada do solo, tendo em vista que por este período inicial ( $t=0$ ) não há drenagem no sistema. À medida que o tempo passa ( $t>0$ ) as cargas vão sendo distribuídas para a mola e no final do processo ( $t=\infty$ ) toda a carga é suportada pela mola atingindo-se uma condição de equilíbrio. O deslocamento (recalque) do topo da amostra depende da compressibilidade da mola (solo ou da rocha) que por sua vez depende das tensões efetivas.



**Figura 47 – Esquema da analogia hidromecânica: (a) Modelo real; (b) Modelo físico; (c) Carregamento sem drenagem ( $t=0$ ); (d) Configuração com drenagem ( $t>0$ ); (e) Situação final de equilíbrio (FAUERJ, 2008).**

Portanto, ao se aplicar um acréscimo de tensão vertical sobre o material é gerado um incremento de poro-pressão no meio poroso levando ao início de um regime de fluxo (monofásico) na direção do topo da amostra. A água flui até retomar a condição de equilíbrio.

Este tipo de problema é inicialmente transiente, onde a carga é aplicada instantaneamente de forma que o excesso de poro-pressão positivo é gerado como resposta não drenada do material sem variação de volume do mesmo. Com o passar do tempo as pressões se dissipam e o meio se deforma, até o regime estacionário ser alcançado.

Dos pontos de vista físico e numérico, entre os problemas hidráulico e mecânico do material, que devem ser resolvidos de maneira adequada. Na solução numérica, para tempos iniciais oscilações podem aparecer, que tendem a diminuir ao longo do tempo. A solução analítica do problema de adensamento unidimensional é dada pela equação a seguir:

$$p(z, t) = p_0 \cdot \frac{4}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{\text{sen} \left[ (2m-1) \frac{\pi}{2} \left( \frac{H-z}{H} \right) \right]}{2m-1} \right] \exp \left[ -(2m-1)^2 \left( \frac{\pi}{2} \right)^2 \frac{ct}{H^2} \right] \quad (129)$$

Onde  $p(z, t)$  é a pressão de água,  $p_0$  é a carga aplicada sobre a rocha,  $H$  é a altura da amostra,  $t$  é o tempo e  $c$  é a constante de adensamento que é função da compressibilidade da rocha  $c_r$ , da compressibilidade da água  $c_f$ , da porosidade do material  $\phi$ , da viscosidade da água  $\mu_w$  e da permeabilidade da rocha  $k$ , segundo a equação a seguir:

$$c = \frac{\frac{k}{\mu_w}}{c_r + \phi \cdot c_f} \quad (130)$$

A compressibilidade elástica da rocha é definida em termos das constantes de Lamé  $\mu$  e  $\lambda$ , através da Equação 131, que por sua vez podem ser obtidas em termos do módulo de elasticidade  $E$  e do coeficiente de Poisson  $\nu$  do material segundo a Equação 132.

$$c_r = \frac{1}{\lambda + 2\mu} \quad (131)$$

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \text{e} \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (132)$$

A Figura 48 apresenta a memória de cálculo dos parâmetros a serem utilizados para o problema a ser analisado. O módulo de elasticidade é dado em MPa, a viscosidade da água é dada em MPa.s, a permeabilidade é dada em m<sup>2</sup>, a carga é dada em KN e a altura da amostra é dada em metros.

### Problema de Adensamento Unidimensional

#### Solução Analítica: meio elástico linear

##### Viscosidade do fluido (verificação):

$$A := 2.1 \cdot 10^{-12}$$

$$B := 1808.5$$

$$\text{temp} := 273.15 + 20$$

$$\text{visco} := A \cdot \exp\left(\frac{B}{\text{temp}}\right) \quad \text{visco} = 1.003 \times 10^{-9} \quad \Rightarrow \text{viscosidade da água!}$$

##### Constantes elásticas:

$$E := 2500 \quad \nu := 0.3$$

$$\lambda := \frac{E \cdot \nu}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2 \cdot \nu)} \quad \mu := \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$$

$$c_r := \frac{1}{\lambda + 2 \cdot \mu} \quad c_r = 2.971 \times 10^{-4} \quad \Rightarrow \text{compressibilidade elástica da rocha}$$

##### Outros parâmetros:

$$c_f := 4.5 \cdot 10^{-4} \quad \Rightarrow \text{compressibilidade do fluido (considerado água)}$$

$$K := 10^{-12} \quad \Rightarrow \text{permeabilidade intrínseca do meio}$$

$$H := 100 \quad \Rightarrow \text{altura da camada (drenagem livre no topo)}$$

$$p_0 := 1 \quad \Rightarrow \text{pressão gerada com aplicação instantânea da carga}$$

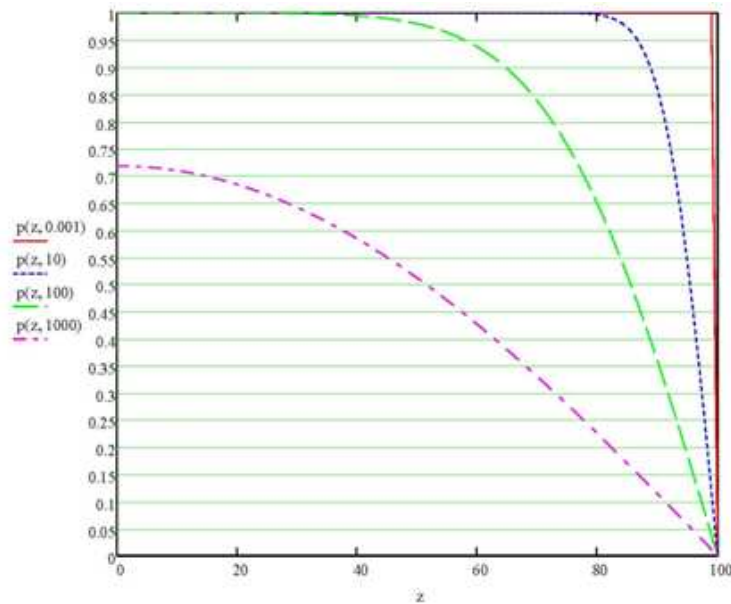
$$n := 0.3 \quad \Rightarrow \text{porosidade do material}$$

##### Constante de adensamento:

$$c := \frac{K}{c_r + n \cdot c_f}$$

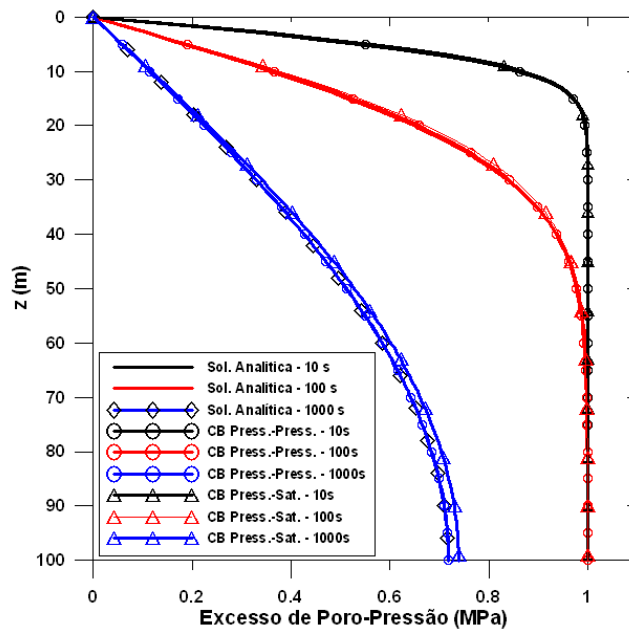
**Figura 48 – Memória de cálculo de parâmetros para solução analítica de adensamento unidimensional.**

Com isso chega-se às soluções analíticas da dissipação de pressões ao longo da amostra relativas aos tempos  $t=0,001$ ,  $t=10s$ ,  $t=100s$  e  $t=1000$  segundos (Figura 49).



**Figura 49 – Solução analítica de adensamento: tempos  $t=0,001s$ ,  $t=10s$ ,  $t=100s$  e  $t=1000s$ .**

Na Figura 50 apresenta-se uma comparação da solução do CODE\_REFFLOW (acoplamento seqüencial implícito) com as soluções analítica e do programa CODE\_BRIGHT (totalmente acoplado), onde se verifica uma excelente concordância entre eles.



**Figura 50 – Validação de programa CODE\_BRIGHT formulação pressão-saturação com acoplamento seqüencial implícito: resultados para tempos  $t=0,001s$ ,  $t=10s$ ,  $t=100s$  e  $t=1000s$ .**

#### ***4.2.2 Simulação hidro-mecânica de ensaio de laboratório em amostra de rocha saturada de óleo.***

Mainguy e Longuemare (2002) apresentam em seu trabalho uma formulação hidro-geomecânica totalmente acoplada e fazem uma comparação de resultados obtidos utilizando tal formulação com os resultados obtidos por um simulador convencional de reservatórios.

Como já discutido no início de nosso trabalho, a adoção de simuladores de reservatórios convencionais, que adotam como único parâmetro mecânico o fator de compressibilidade dos poros, na solução de problemas de compactação de reservatórios sensíveis a tensões não é adequada para representar o comportamento hidro-mecânico do reservatório e, em geral, leva a estimativas de produção de hidrocarbonetos significativamente imprecisas. Isto se dá pelo fato de que a compressibilidade dos poros não é suficiente o bastante para reproduzir as variações do volume poroso induzidas pelas variações de pressão (se o problema não for isotérmico, a variação do volume de poros é também dependente das mudanças de temperatura). Além disso, este tipo de análise não consegue computar o mecanismo de “*water weakening*” (Lewis *et al*, 2003) que consiste na perda de resistência mecânica com o aumento da saturação de água (injeção de água).

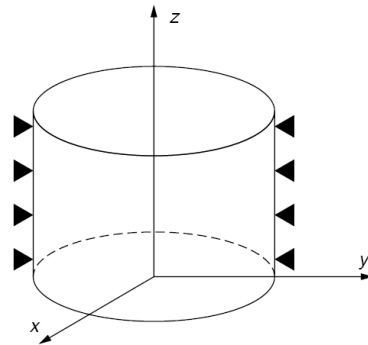
Em sua formulação, Mainguy e Longuemare (2002) resolvem simultaneamente o sistema de equações hidro-geomecânicas em um único simulador em volumes finitos. O acoplamento é feito através da influência da variação do campo de pressões na equação de equilíbrio de tensões (problema poro-elástico) e pelo efeito da variação da porosidade no problema de fluxo, onde isto é definido em termos não só da compressibilidade do poro, mas também da deformação volumétrica da rocha. Logo, o problema hidráulico é definido pelas equações de balanço de massa de água e de óleo, onde o termo de acoplamento mecânico é exatamente a porosidade. Os autores não descrevem nenhuma lei de variação de permeabilidade e nem relacionam este parâmetro com a variação de porosidade ou da deformação volumétrica, logo não utilizaremos variação deste parâmetro neste caso.

Neste caso não é considerado o termo de gravidade e, diferentemente da formulação adotada no CODE\_BRIGHT, não considera diretamente um termo de velocidade de deformação da rocha (termo de acoplamento mecânico) nas equações de fluxo. No CODE\_ BRIGHT



considera-se também a variação da porosidade em função da compressibilidade da rocha e da deformação volumétrica do meio, que divergente da adotada por Mainguy e Longuemare (2002). O objetivo aqui é, utilizando o programa CODE\_ BRIGHT, comparar os resultados da simulação de um ensaio de laboratório onde uma amostra de rocha saturada de óleo é submetida à injeção de água.

Logo o problema analisado é definido como um cilindro de rocha, de altura 1,50 m e raio 0,25m, sem deslocamento lateral (Figura 51). A amostra é isotrópica e homogênea, com estado de tensões inicial de 0,1 MPa, e encontra-se inicialmente saturada de óleo, sendo prescrita no topo uma taxa de deslocamento de 0,001 m/s e de injeção de água constante de 0,02 kg.m<sup>-2</sup>.s<sup>-1</sup> (2x10<sup>-5</sup> m<sup>3</sup>/s em taxa volumétrica) enquanto que na base do cilindro é prescrita pressão nula.



**Figura 51 – Esquema de ensaio de laboratório de amostra de rocha saturada de óleo: cilindro sem movimento lateral (Mainguy e Longuemare, 2002).**

Os efeitos capilares são desprezados ( $p_o = p_w = p$ ) e consideram-se as seguintes leis de relação entre permeabilidade relativa e saturação de água:

$$k_{rw}(S_w) = (S_w)^2 \quad (133)$$

$$k_{ro}(S_w) = (1 - S_w)^2 \quad (134)$$

O óleo é incompressível e a água é assumida compressível e sua densidade é determinada pela seguinte relação:

$$\rho_w = \rho_{w0}(1 + c_w p) \quad (135)$$

Onde  $\rho_{w0}$  e  $c_w$  são a densidade inicial e compressibilidade da água, respectivamente, e  $p$  é a pressão. Os demais parâmetros adotados foram os descritos na Tabela 4. Este ensaio representa um problema de compactação unidimensional de reservatório.

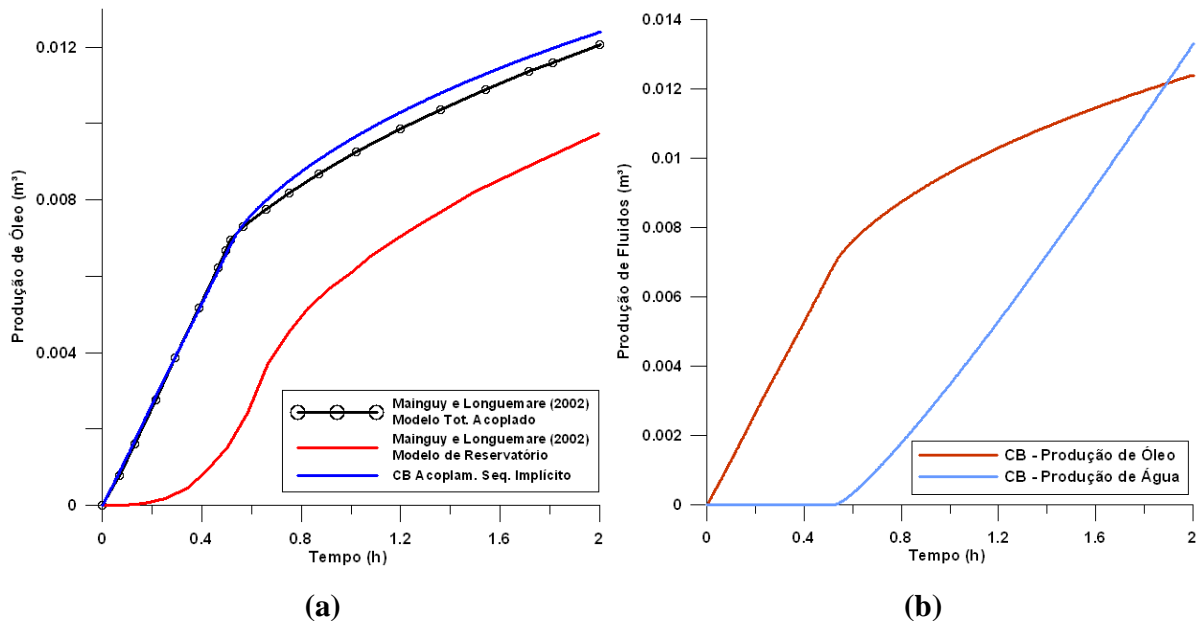
**Tabela 4 – Propriedades Mecânicas e Hidráulicas.**

Viscosidade do óleo	$5 \times 10^{-9}$ MPa.s
Viscosidade da água	$1 \times 10^{-9}$ MPa.s
Permeabilidade intrínseca	$5 \times 10^{-14}$ m <sup>2</sup>
Porosidade Inicial	0,30
Densidade inicial do óleo	950 kg/m <sup>3</sup>
Densidade inicial da água	1000 kg/m <sup>3</sup>
Compressibilidade da água	$4 \times 10^{-4}$ MPa <sup>-1</sup>
Módulo de Elasticidade	3000 MPa
Coefficiente de Biot	1

O primeiro resultado a ser discutido é a produção de óleo segundo a Figura 52a, onde estão mostradas as curvas de produção de óleo obtidas para a simulação totalmente acoplada do simulador em volumes finitos e para o simulador de reservatório convencional, ambas obtidas por Mainguy e Longuemare (2002). A curva resultante da simulação feita usando o programa em elementos finitos CODE\_BRIGTH (CB) também é mostrada nessa figura.

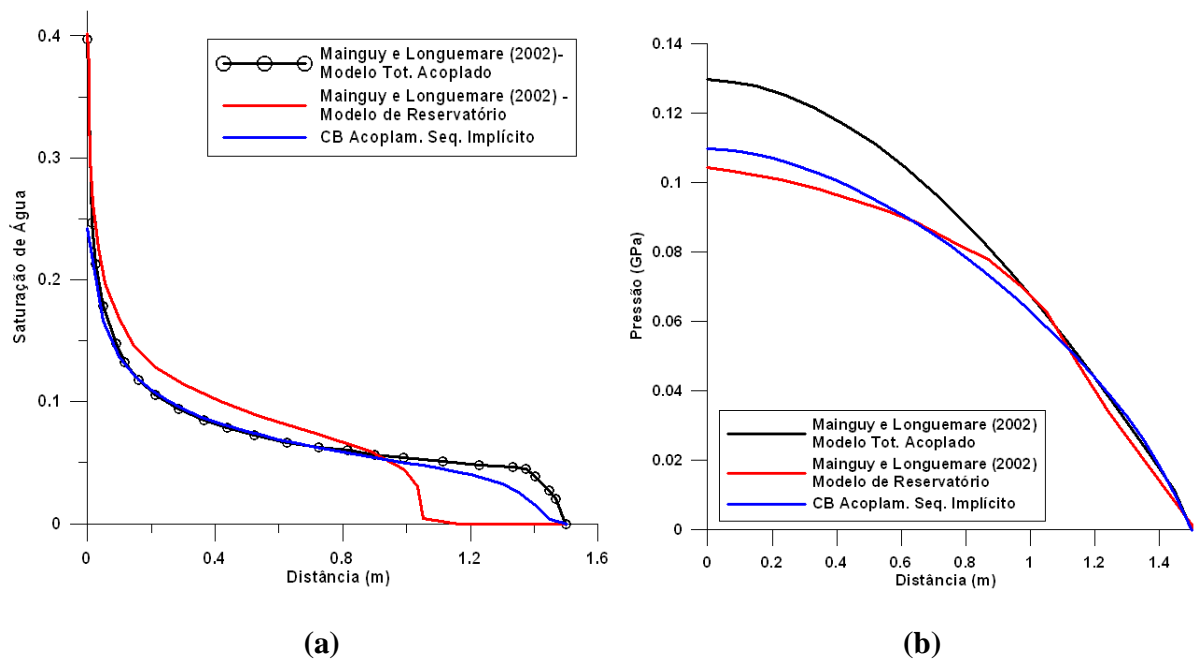
Verifica-se que o CODE\_BRIGTH apresenta uma produção um pouco superior a obtida por Mainguy e Longuemare (2002). Isto deve estar associado às diferenças entre ambas as formulações, discutidas anteriormente. Possivelmente o fato de se considerar um termo de acoplamento, relativo à velocidade de deslocamento da rocha, nas equações de fluxo de água e óleo, além da atualização da porosidade, levam a um processo de expulsão de fluidos maior pela compressão da rocha que em uma formulação que não considera todos estes aspectos. Quanto ao resultado obtido pelo simulador convencional, observa-se o grande impacto de se considerar um acoplamento hidro-geomecânico. Com isso a produção de óleo final alcançada ao se considerar o acoplamento é bem superior à obtida simplesmente considerando como parâmetro mecânico a compressibilidade. A ocorrência do “*breakthrough*” (chegada da água no poço produtor e responsável pela variação da declividade da curva de produção) ocorre primeiro, meia hora após a injeção de água, para ambas as simulações com acoplamento e depois de cerca

de 40 minutos depois da injeção para a simulação convencional. As curvas de produção de água e óleo, obtidas como resultado da simulação utilizando o programa CODE\_ BRIGHT, estão mostradas na Figura 52b, onde é possível também identificar o tempo em que ocorre o “*breakthrough*” pelo início da produção de água.



**Figura 52 – Produção de fluidos: (a) comparação de produção de óleo para diferentes modelos; (b) produção de água e óleo para programa CODE\_BRIGHT.**

Foi feita uma análise para o tempo de simulação de 30 minutos, observando o perfil de saturação de água (Figura 53a) e a distribuição da pressão (Figura 53b) ao longo do reservatório. Ambos os resultados são dependentes da redução do volume de poros, onde se observa que a frente de saturação para as simulações com acoplamento são semelhantes até certo ponto, onde o perfil obtido no CODE\_ BRIGHT tem uma chegada mais suavizada à base do cilindro (zona de produção), possivelmente devido à técnica de *upwind* adotada e discutida em itens anteriores. Já a frente de saturação referente à simulação convencional de reservatórios, para este tempo, não atinge a base do cilindro, e por isso a ocorrência do “*breakthrough*” é retardada em comparação com a obtida nos casos acoplados.



**Figura 53 – Resultados obtidos para o tempo  $t=30$  minutos: (a) comparação dos perfis de saturação de água para diferentes modelos; (b) comparação da distribuição de pressão ao longo do cilindro para diferentes modelos.**

# CAPÍTULO 5

## ANÁLISES DE PROBLEMAS

Neste capítulo apresentam-se os resultados obtidos para as diversas aplicações do programa CODE\_BRIGHT, realizadas neste trabalho, com a formulação implementada, a problemas de reservatórios de petróleo considerando o acoplamento hidro-geomecânico, com importância já discutida anteriormente.

Definem-se duas categorias referentes às simulações feitas a dois diferentes tipos de problemas geomecânicos: o primeiro item está relacionado a problemas de compactação e subsidência enquanto que o segundo item refere-se a casos de reativação de falhas geológicas selantes.

### 5.1 PROBLEMAS DE COMPACTAÇÃO E SUBSIDÊNCIA

Os exemplos de aplicação apresentados nesta seção têm como objetivo verificar o efeito qualitativo do acoplamento geomecânico no problema de fluxo bifásico durante a produção primária do reservatório. Isto é verificado através de comparações entre os resultados obtidos em simulações de fluxo considerando e desconsiderando o acoplamento geomecânico. Ao admitir uma análise acoplada, realizam-se duas simulações sendo uma adotando um modelo elástico e a outra considerando o reservatório como um material de comportamento elastoplástico pelo modelo Cam-Clay Modificado, de forma a determinar o impacto sobre a resposta hidro-mecânica ao admitir-se um modelo constitutivo mecânico mais consistente, ou seja, elastoplástico.

Analizam-se dois tipos de problema, sendo um deles um caso de produção primária para um reservatório de malha unidimensional com aplicações simulando o reservatório sem acoplamento (simulação convencional) e com acoplamento para os modelos elástico e plástico (Camclay Modificado). O outro exemplo também compreende a produção primária, mas, desta

vez, consiste em um reservatório tridimensional considerando ou não a contribuição de aquífero em seu contorno.

### 5.1.1 Compactação em Reservatório Unidimensional

O problema analisado consiste no fluxo bifásico (água-óleo) em reservatório representado através de uma malha unidimensional de 100 elementos e 101 nós, de comprimento  $L=100\text{m}$ , onde o poço produtor encontra-se na coordenada  $x=100\text{m}$  e em  $x=0$  localiza-se a fronteira do reservatório (Figura 54). Quanto às condições iniciais, o reservatório possui uma pressão inicial  $p$  igual a 10 MPa e saturação de água e óleo de 20% e 80%, respectivamente. O estado de tensões inicial é de 20 MPa, a permeabilidade intrínseca  $k$  adotada foi  $1 \times 10^{-16} \text{m}^2$ , considerando o meio isotrópico, e a porosidade do meio rochoso é de 0,20.

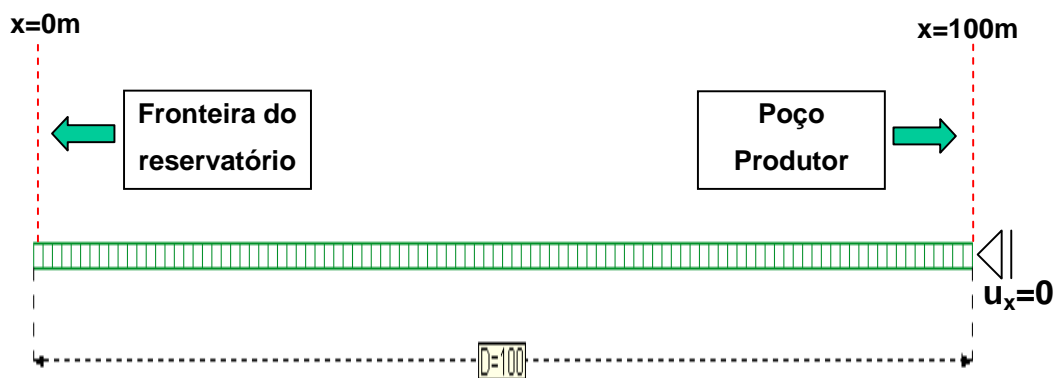


Figura 54. Problema físico: reservatório unidimensional.

Submete-se o reservatório por um período de 1100 dias, à produção primária, com o poço produtor operando a uma pressão de fundo de poço de 0,20 MPa, causando a produção primária pela descompressão dos fluidos.

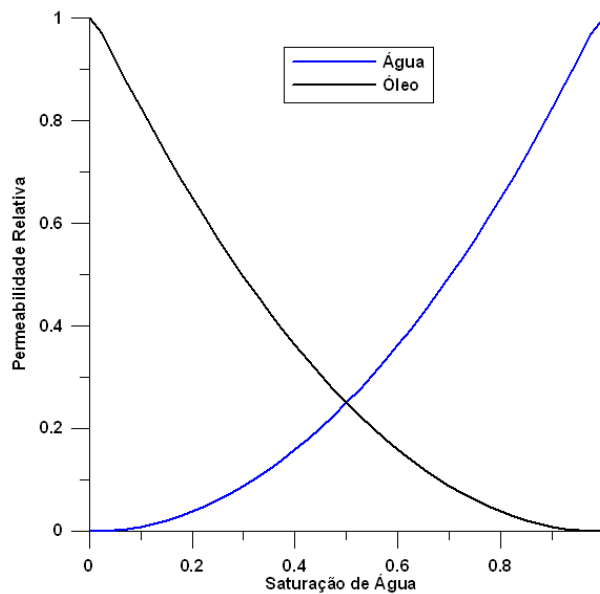
Quanto às condições de contorno mecânicas, a fronteira do reservatório é confinada sendo submetida a uma pressão externa igual à tensão inicial do reservatório, enquanto que o movimento do contorno do poço produtor é restrito.

As propriedades mecânicas do reservatório e os parâmetros adotados para o modelo Cam-Clay Modificado encontram-se descritos na Tabela 5. A Figura 55 mostra as curvas de variação

da permeabilidade relativa com a saturação de água, e desconsidera-se a pressão capilar. Admite-se leve compressibilidade dos fluidos que apresentam densidades iniciais de água e óleo de  $1000 \text{ kg/m}^3$  e  $980 \text{ kg/m}^3$ , respectivamente, e ambos possuem viscosidade de  $10^{-12} \text{ MPa.s}$ .

**Tabela 5. Propriedades Mecânicas do Reservatório**

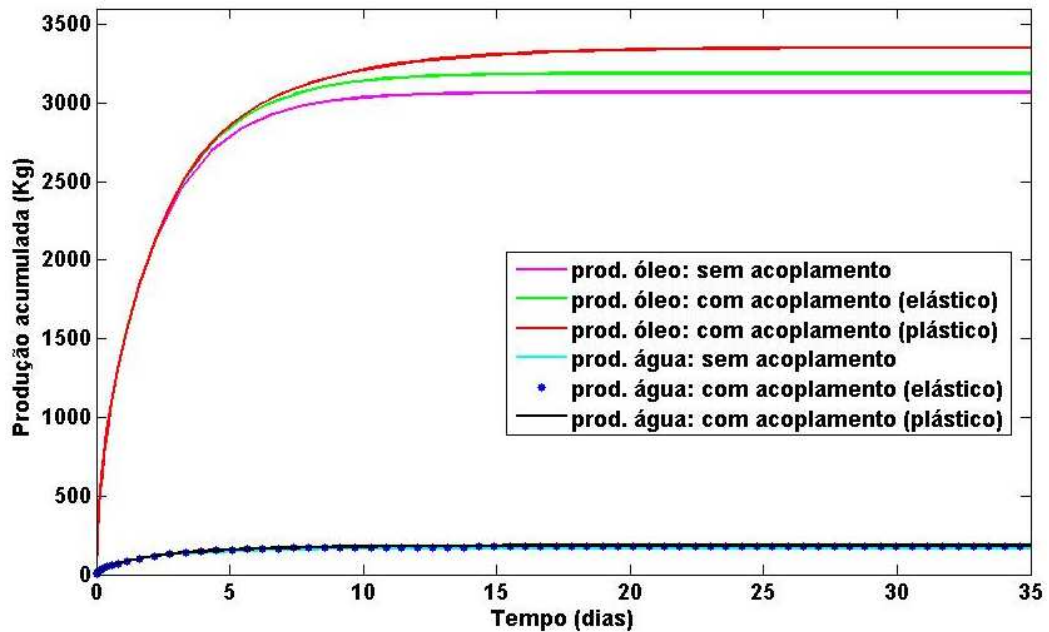
Propriedades Mecânicas	Valores do Reservatório
Módulo de Elasticidade $E$ (MPa)	543,00
Coefficiente de Poisson $\nu$	0,20
Declividade da linha de descompressão $\kappa$	$3,1 \times 10^{-2}$
Declividade da linha de compressão isotrópica $\lambda$	$6,4 \times 10^{-2}$
Declividade da linha de estados críticos $M$	1,33
Tensão média de pré-adensamento $p_0$ (MPa)	16,00



**Figura 55. Curvas de Permeabilidade Relativa-Saturação de Água.**

Na Figura 56 observa-se a produção acumulada de óleo e água para os três casos estudados: reservatório sem acoplamento geomecânico, reservatório elástico e reservatório elastoplástico. Controla-se o efeito da plastificação do reservatório através da tensão de pré-adensamento da

rocha  $p_0$ , que é a máxima tensão média efetiva já sofrida pela rocha e trata-se da variável de história do modelo de Cam-Clay Modificado, que controla o tamanho da superfície de fluência. O valor inicial desta variável considerado neste caso é de 16 MPa, que no final da análise leva à plastificação de todo o reservatório.



**Figura 56. Produção acumulada de fluidos: efeito do acoplamento geomecânico.**

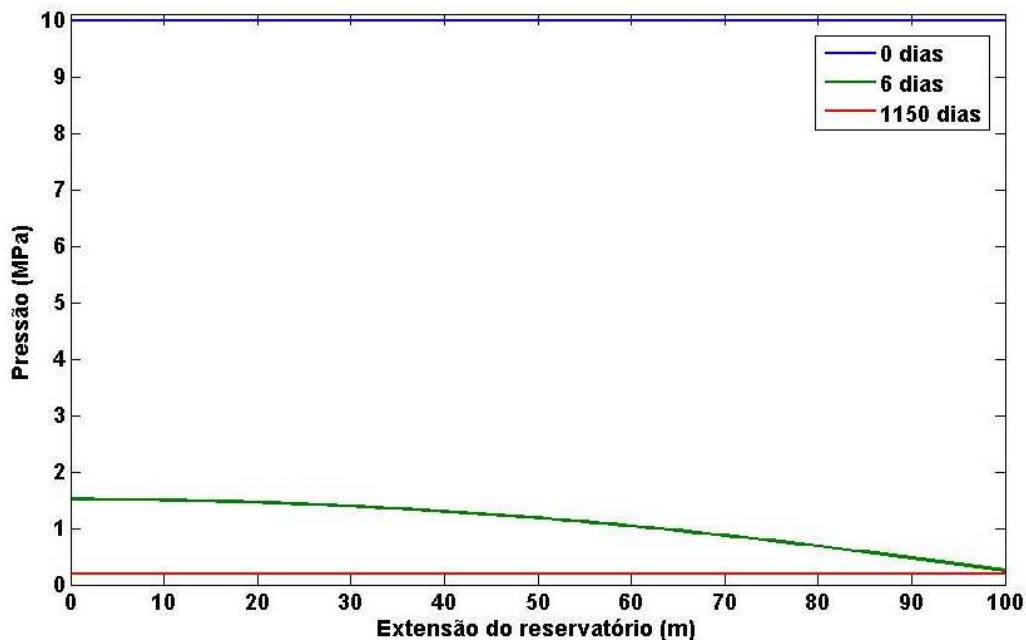
Verifica-se que ao admitir um modelo elastoplástico que representa melhor a deformabilidade da rocha, se obtém uma maior a produção de fluidos na fase primária. Portanto, a produção total acumulada da análise elastoplástica mostra-se ser 9,3 % maior que a da análise convencional sem considerar acoplamento e 5,1% maior que a da análise elástica. A razão deste comportamento deve-se à deformação de compressão do meio leva a uma tendência de aumento das pressões de poros (termo de fluxo devido à deformação da rocha), que retarda a queda de pressões causada pela abertura do poço produtor. Este efeito é tanto maior quanto mais deformável o reservatório (caso elastoplástico), mesmo considerando que nos casos em questão a permeabilidade do meio se reduz decorrente da diminuição da porosidade geomecanicamente induzida. Os valores finais de produção acumulada, comparando as análises desacoplada, com acoplamento geomecânico elástico e elastoplástico, encontram-se descritos na Tabela 6.



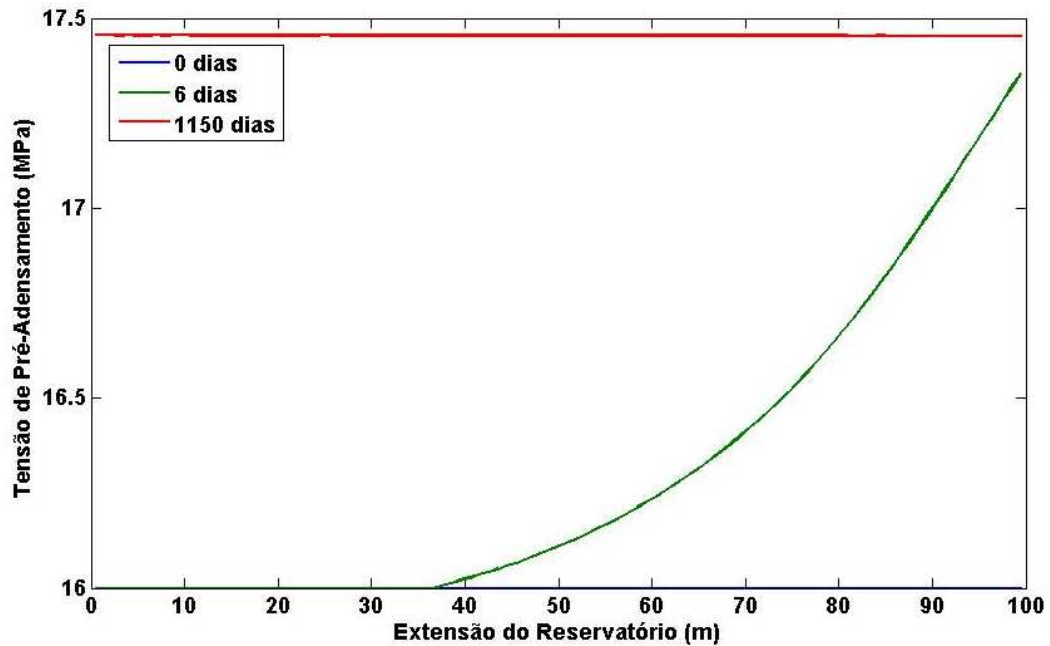
**Tabela 6. Valores finais de produção acumulada.**

Produção Acumulada (kg)	Análise desacoplada	Análise acoplada elástica	Análise acoplada plástica
Óleo	3068,407	3189,178	3353,09
Água	1675,72	1757,483	1857,906

A variação de pressão ao longo do reservatório, para a análise elastoplástica, está descrita na Figura 57, para os tempos de 0, 6 e 1150 dias que correspondem ao tempo inicial, tempo de início da plastificação e tempo final, respectivamente. Observa-se que rapidamente as pressões diminuem em todo o reservatório, uma vez que este não se encontra em contato com nenhum aquífero e nem existem poços injetores que mantenham a pressão do reservatório. Para os mesmos tempos de análise mostra-se, na Figura 58, a evolução da plastificação da rocha através da variação da tensão de pré-adensamento ao longo do reservatório. Observa-se que a plastificação inicia-se no poço produtor ( $x=100\text{m}$ ) e estende-se a todo o reservatório.



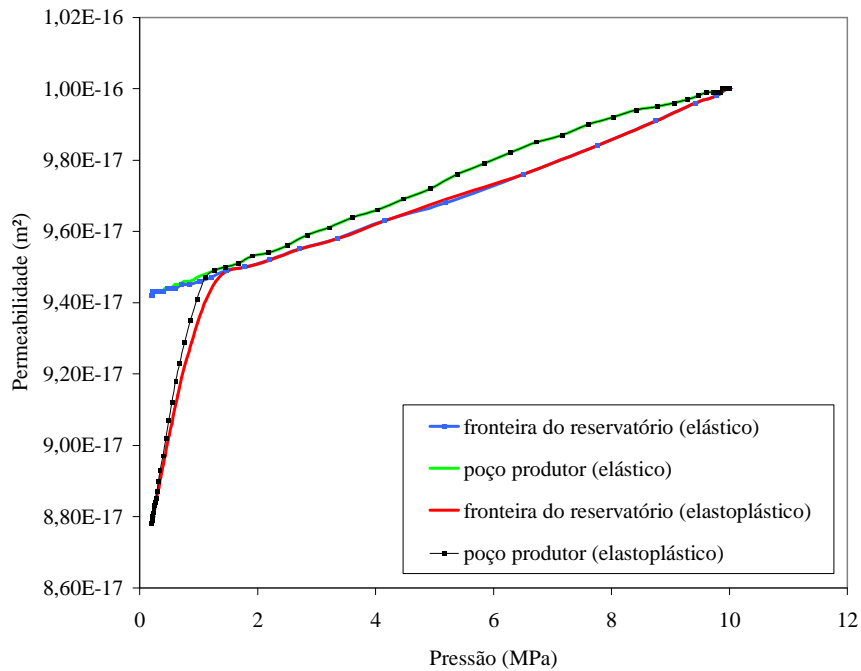
**Figura 57. Variação da pressão ao longo do reservatório: efeito do acoplamento geomecânico.**



**Figura 58. Evolução da plastificação no reservatório: efeito do acoplamento geomecânico.**

A Figura 59 mostra a variação da permeabilidade com a pressão para as situações de acoplamento geomecânico (com plasticidade e elástico) e desacoplada.

A porosidade na análise elástica sofre uma redução de 0,65 % e a permeabilidade em torno de 5,0 %, enquanto que para a análise elastoplástica a variação é mais expressiva, ou seja, 1,3 % na porosidade e 12 % na permeabilidade, mudando a configuração do meio poroso levando a uma maior produção de fluido. A diferença entre a variação de porosidade e permeabilidade entre a análise elástica e elastoplástica leva a uma maior produção de óleo nesta segunda, onde o efeito da plastificação permite uma definição mais realista tanto da mudança das propriedades do meio poroso quanto do efeito do acoplamento geomecânico no fluxo de fluido, decorrente do declínio de pressões.



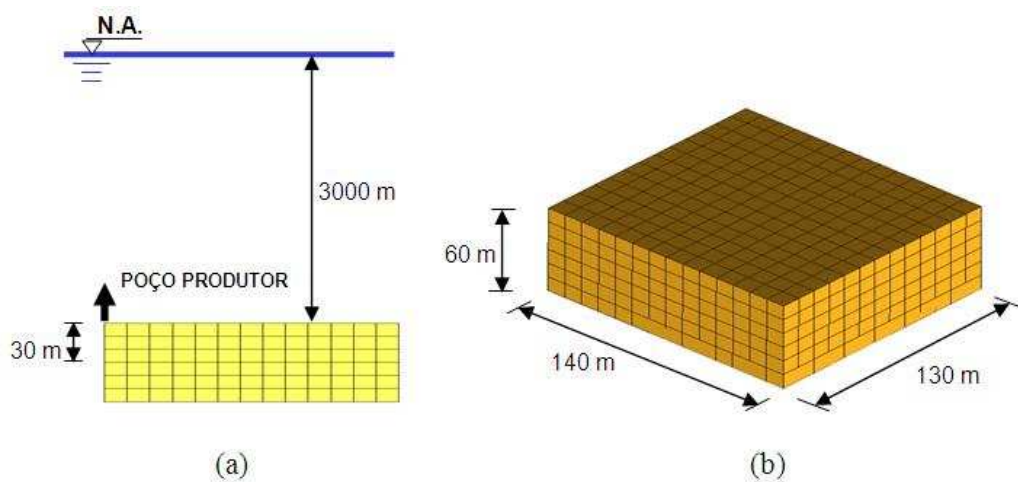
**Figura 59. Variação da permeabilidade com a pressão: efeito do acoplamento geomecânico.**

### ***5.1.2 Estudo de 1/4 de Reservatório Tridimensional: fluxo bifásico com análise geomecânica.***

Nesta aplicação simulam-se duas situações, ambas, com análises do reservatório desacoplado, elástico e com plasticidade (Camclay): a primeira situação é o problema de 1/4 de reservatório tridimensional unicamente com a produção primária, e a segunda consiste no mesmo problema, porém com contribuição de aquífero lateral. Como condições de contorno mecânicas, para ambos os casos, aplica-se a condição de deslocamento nulo nas fronteiras de simetria do reservatório, enquanto que nas outras fronteiras prescreve-se um estado de tensões de 62 MPa que se encontra em equilíbrio com o estado de tensões iniciais do reservatório, que possui o mesmo valor. A mesma tensão é aplicada no topo do reservatório, e representa o confinamento imposto pelas rochas vizinhas (*overburden* e *sideburden*). Na base do reservatório é imposta a condição de deslocamento vertical nulo, representando assim o confinamento pelas

camadas abaixo (*underburden*) que, em geral, apresenta rigidez da rocha bem superior a do reservatório. A geometria do reservatório é caracterizada por um volume de 140 metros de comprimento por 130 metros de largura e 60 metros de profundidade, localizado a uma profundidade de 3000 metros do nível do mar (Figura 60). A malha de elementos finitos foi gerada com elementos hexaédricos com 1470 nós e 1092 elementos.

O poço produtor encontra-se completado a uma profundidade de 30 metros da superfície do reservatório, operando a uma pressão de fundo de poço de 1,0 MPa, enquanto que o reservatório apresenta uma pressão inicial de 20 MPa, com saturação inicial de água de 20%.



**Figura 60.  $\frac{1}{4}$  de reservatório tridimensional: (a) Perfil vertical do reservatório; (b) Geometria e malha de elementos finitos.**

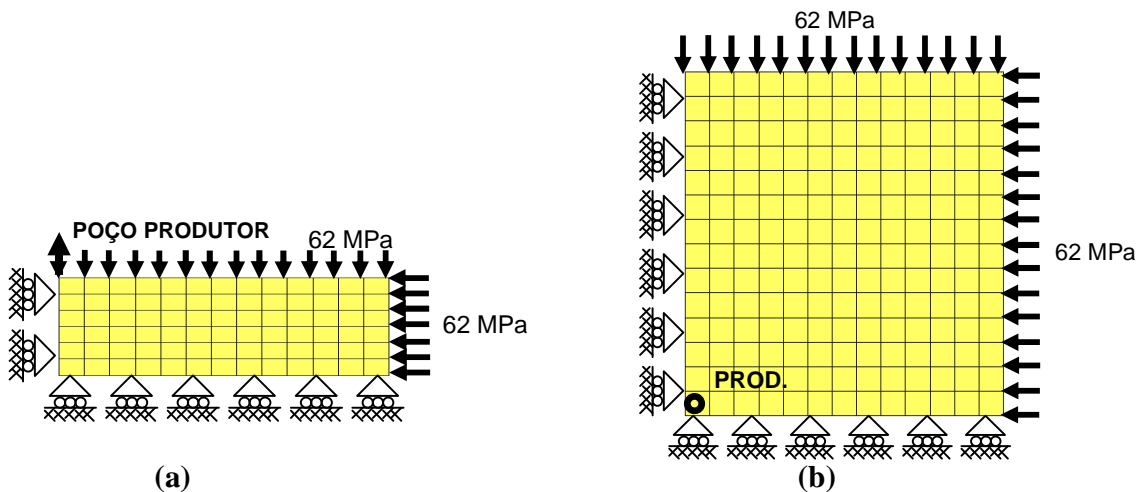
As propriedades dos fluidos adotadas são as mesmas que as utilizadas no caso unidimensional, exceto o valor adotado para a viscosidade do óleo, conforme discutido posteriormente. A Tabela 7 mostra as propriedades mecânicas utilizadas nestes casos.

**Tabela 7. Propriedades Mecânicas do Reservatório**

Propriedades Mecânicas	Valores do Reservatório
Módulo de Elasticidade $E$ (MPa)	3000,00
Coefficiente de Poisson $\nu$	0,20
Declividade da linha de descompressão $\kappa$	$2,4 \times 10^{-2}$
Declividade da linha de compressão isotrópica $\lambda$	$9,8 \times 10^{-2}$
Declividade da linha de estados críticos $M$	1,33
Tensão média de pré-adensamento $p_0$ (MPa)	42,50
Densidade da rocha ( $\text{kg/m}^3$ )	2,32

**Análise de caso 1: reservatório sem contribuição de aquífero**

Neste caso as condições de contorno aplicadas são as descritas anteriormente, conforme mostra a Figura 61. Inicialmente apresenta-se o resultado de três simulações, cada uma considerando um valor diferente para a viscosidade do óleo, de forma a comparar o efeito do tipo de óleo na produção de fluidos (água e óleo), bem como no mecanismo de *compaction drive*. Admitem-se os valores de viscosidade iguais a uma, duas e três vezes o valor da viscosidade da água.

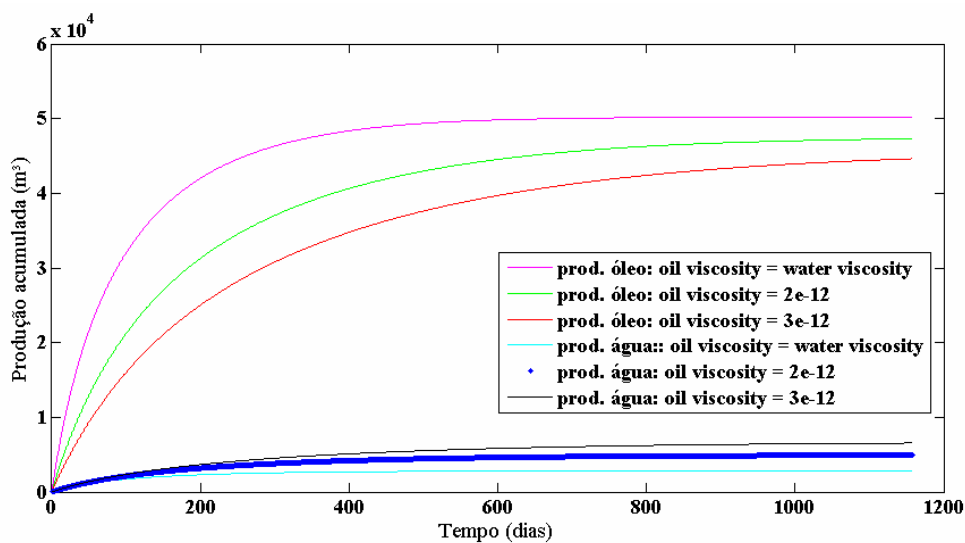


**Figura 61. Condições de contorno: (a) Vista lateral; (b) Vista superior.**

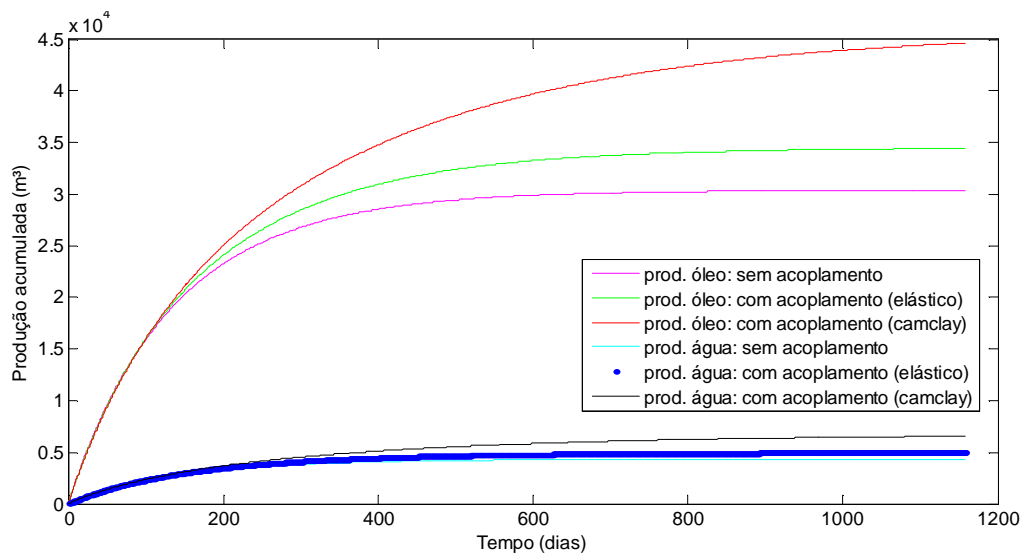
A Figura 62 mostra as curvas de produção acumulada para as três simulações com valores diferentes de viscosidade, onde se verifica que, quanto mais viscoso o óleo, menor sua produção e maior a produção de água.

Partindo-se das análises feitas, apresentam-se em seguida os resultados obtidos na simulação para o caso onde a viscosidade de óleo é três vezes a da água, para as situações de reservatório sem acoplamento, elástico e plástico (Camclay Modificado).

A Figura 63 mostra o comparativo entre as curvas de produção acumulada de água e óleo, onde o efeito geomecânico influencia positivamente a produção de óleo, decorrente da compactação originada pela queda de pressões na zona do poço produtor, levando a um aumento nas tensões efetivas e deformação do reservatório, em especial nas zonas próximas ao poço produtor. Isto leva a redução da porosidade e permeabilidade do meio, contribuindo, assim, para a expulsão do fluido do interior destes poros no sentido do gradiente de pressão gerado da produção primária. Ao adotar um modelo com plasticidade, o efeito geomecânico no comportamento do fluido apresenta um aumento de 48% na produção de óleo.

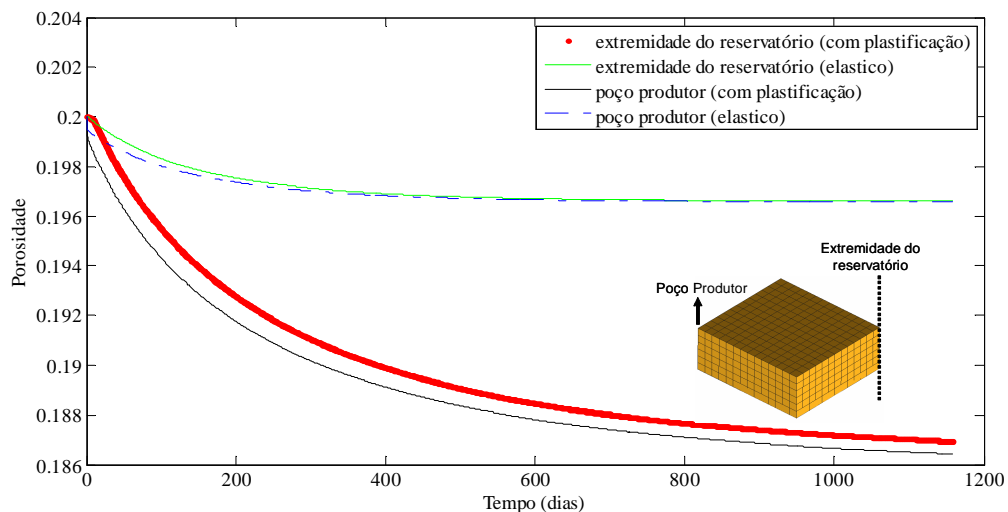


**Figura 62. Curvas de produção de água e óleo para diferentes valores de viscosidade: análise de problema com modelo de plasticidade de Camclay.**

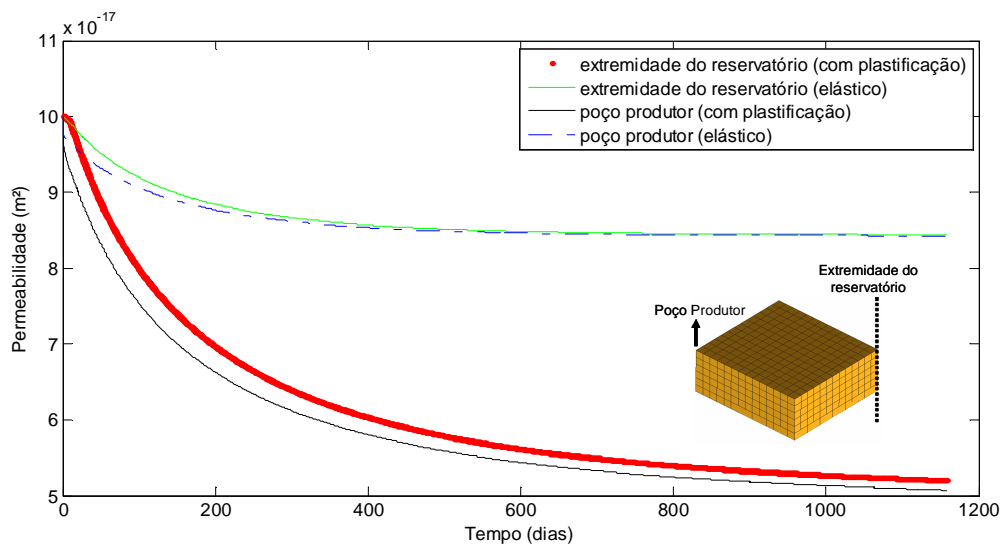


**Figura 63. Curvas de produção de água e óleo para diferentes considerações de reservatório: rígido (sem acoplamento geomecânico), elástico e plástico (Camclay Modificado).**

A porosidade e permeabilidade do reservatório têm seus valores reduzidos ao longo do período de produção (Figuras 64 e 65, respectivamente), onde, nas zonas próximas ao poço produtor estas reduções são de 7% e 50%, respectivamente, que em zonas mais distantes.

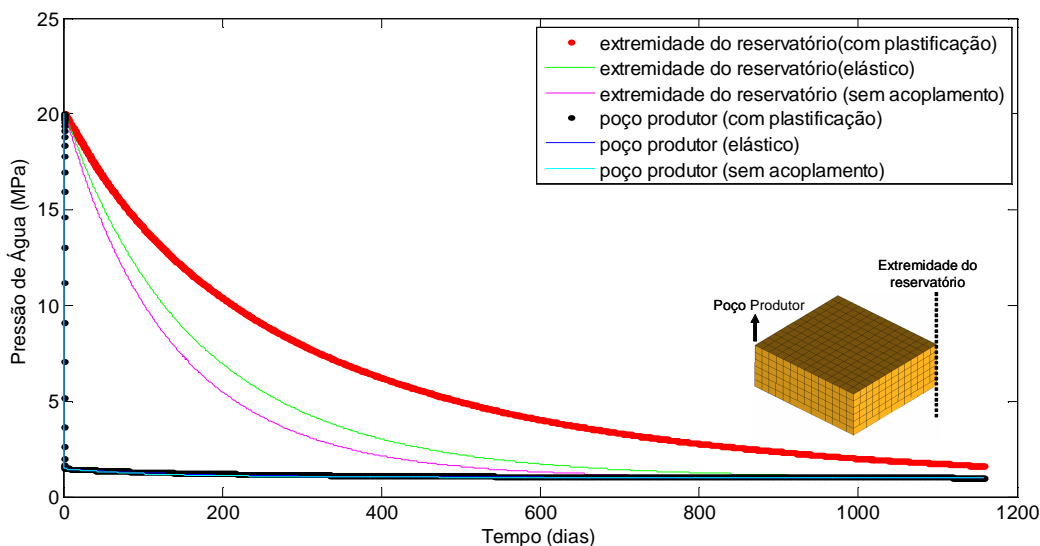


**Figura 64. Variação da porosidade com o tempo no poço produtor e extremidade do reservatório.**



**Figura 65. Variação da permeabilidade com o tempo no poço produtor e extremidade do reservatório.**

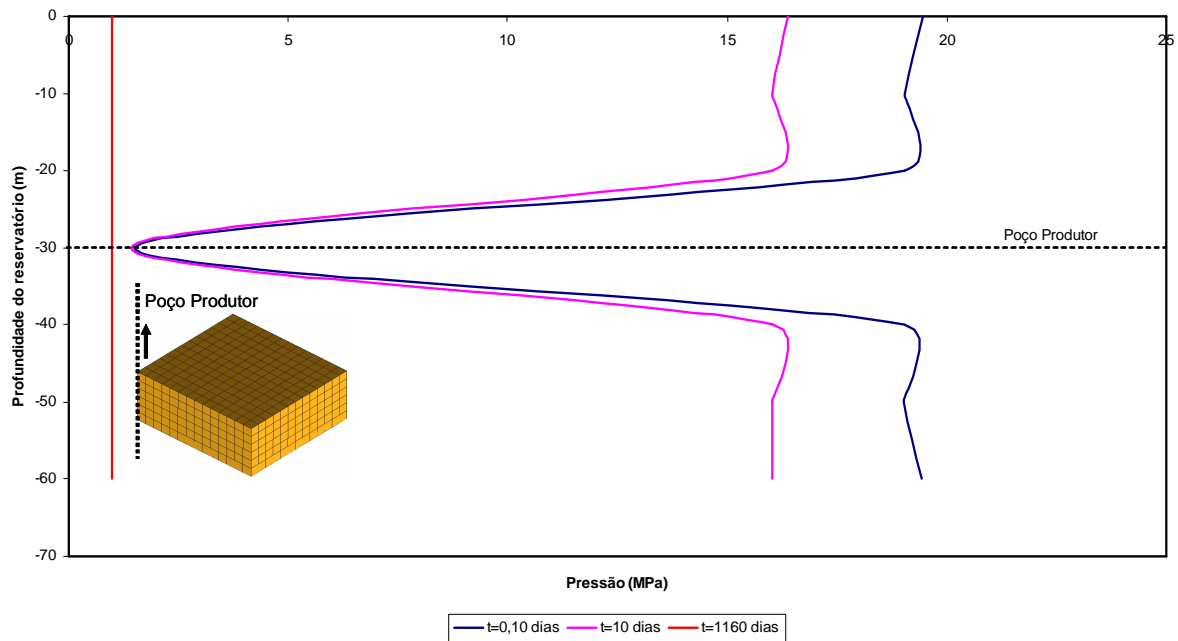
O declínio de pressões no poço produtor é acentuado devido à condição de fundo de poço prescrita, mas, ao longo do reservatório, as pressões decrescem com o tempo, convergindo para a pressão de fundo de poço. De acordo com a Figura 66, o fato de manter-se um controle sobre o estado de tensões através da plasticidade, faz com que haja uma conservação das pressões, levando a um declínio mais suave.



**Figura 66. Variação da pressão com o tempo no poço produtor e extremidade do reservatório.**

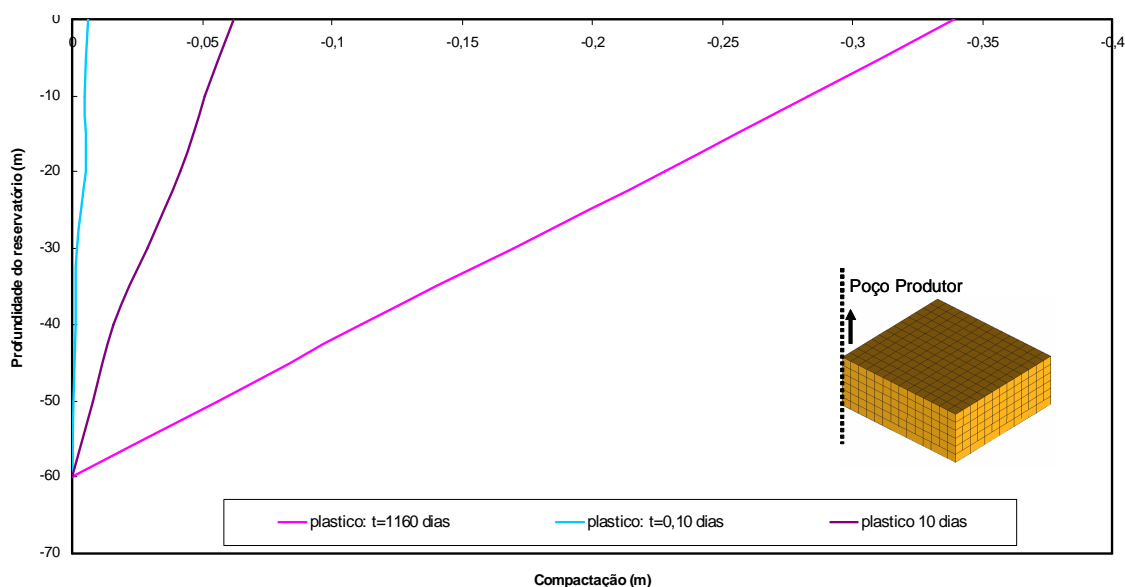


No tempo final, atinge-se uma pressão uniforme ao longo do perfil do reservatório, de valor igual à pressão de fundo de poço (Figura 67).

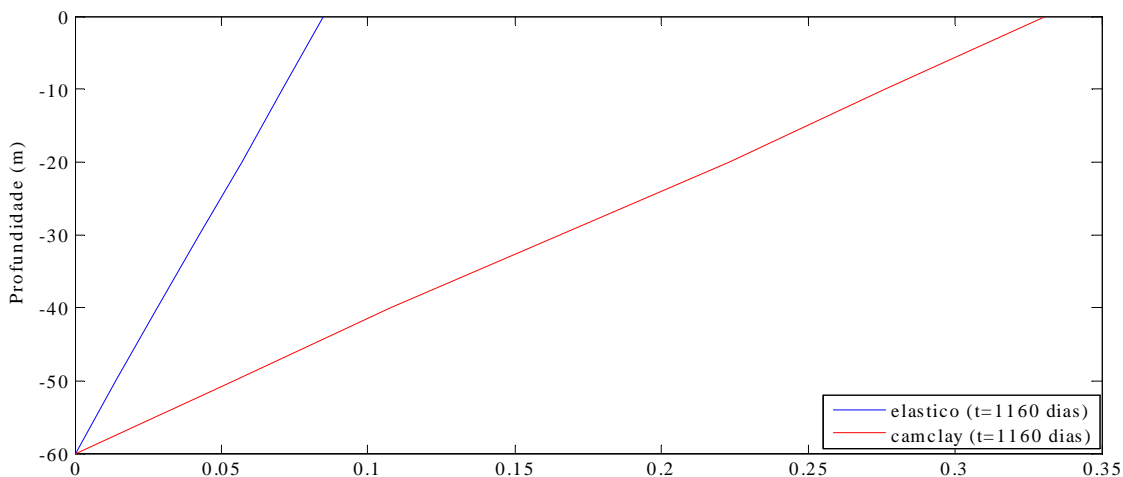


**Figura 67. Variação da pressão com a profundidade para diferentes tempos (Camclay Modificado).**

As Figuras 68 e 69 mostram, respectivamente, a evolução do perfil de deslocamentos verticais para os tempos  $t=0,10$ ,  $t=10$  e  $t=1160$  dias na análise com plasticidade (Camclay Modificado), e a comparação entre as análises elástica e plástica com relação ao perfil de deslocamentos. Observa-se que a compactação aumenta com o tempo, e a plasticidade caracteriza melhor o seu valor, sendo assim superior ao obtido na análise elástica.

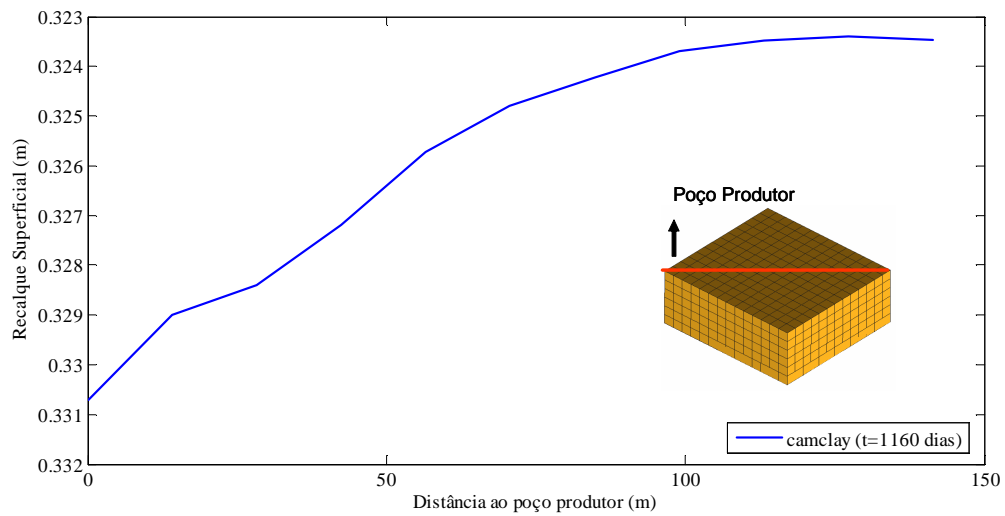


**Figura 68. Perfil de deslocamentos verticais para os tempos 0,10, 10 e 1160 dias (Camclay).**



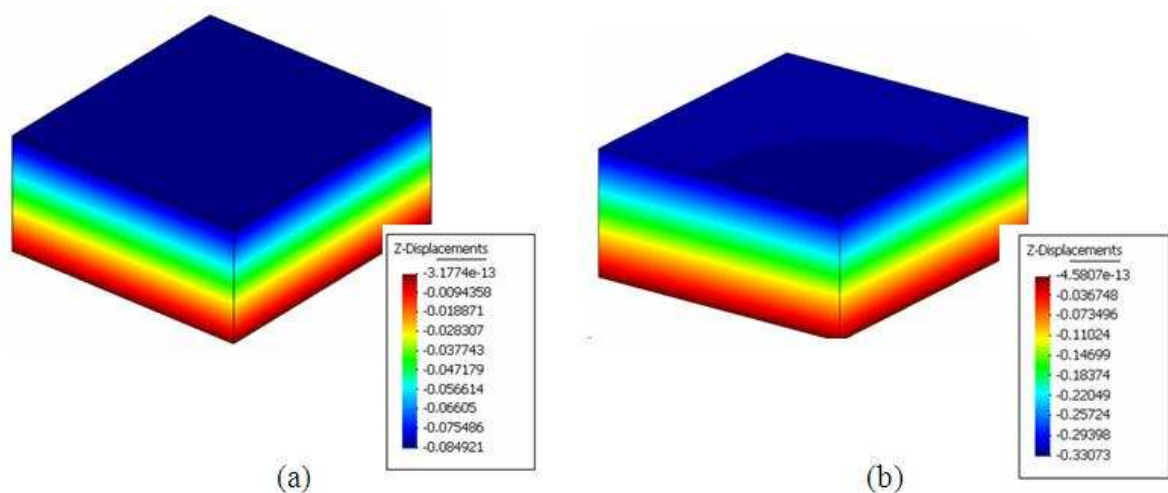
**Figura 69. Perfil de deslocamentos verticais: comparação entre análises elástica e plástica.**

Por fim, a Figura 70 representa a compactação observada através do deslocamento vertical na superfície partindo da extremidade acima do poço produtor e estendendo-se até a outra extremidade do reservatório. Observa-se que sobre o poço produtor ocorre uma compactação do reservatório de 0,3307m em função da queda de pressão. Mas, com o fluxo de fluido no restante do reservatório na direção do poço produtor, ocorrem ainda deformações que levam a deslocamentos verticais superficiais na ordem de 0,32 metros.



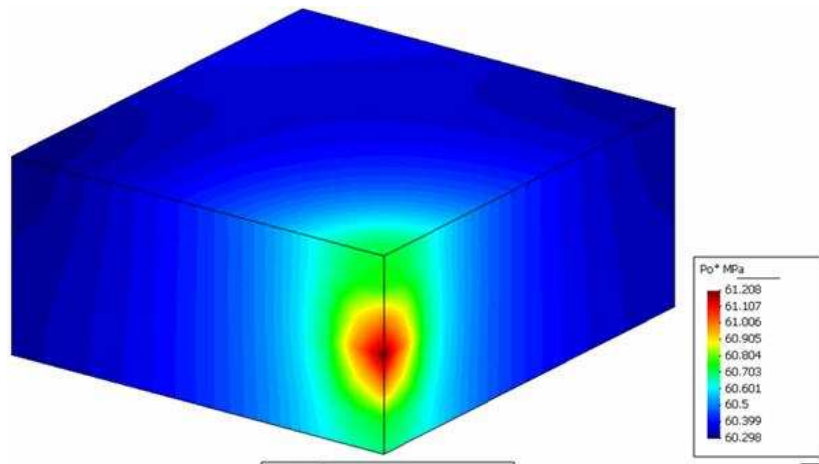
**Figura 70. Perfil de deslocamentos verticais ao longo da extensão do reservatório.**

Uma comparação entre a análise elástica e plástica é feita através da Figura 71, onde observa-se que a compactação, ao admitir-se o comportamento plástico, é maior que em uma análise puramente elástica, daí levar a uma produção de fluidos também superior. Com isso verifica-se que ocorre a formação de 1/4 de uma bacia de compactação sobre a zona do poço produtor, que se desenvolve ainda em todo maciço, embora que com valores menores.



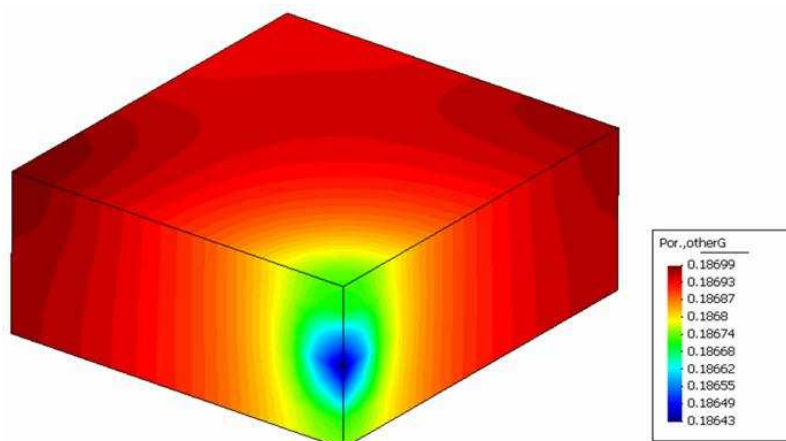
**Figura 71. Deslocamentos verticais (m) para o tempo final: (a) reservatório elástico; (b) reservatório com plasticidade (Camclay Modificado).**

A plastificação do reservatório, obtida através do modelo de Camclay Modificado, pode ser observada na Figura 72 por meio da tensão de pré-adsensamento ( $p_0^*$ ) onde se verifica que a maior plastificação ocorre na zona próxima ao poço produtor, pois é onde ocorre a maior queda de pressões e, conseqüentemente, a maior deformação volumétrica.



**Figura 72. Evolução da tensão de pré-adsensament para o tempo final: plastificação do reservatório.**

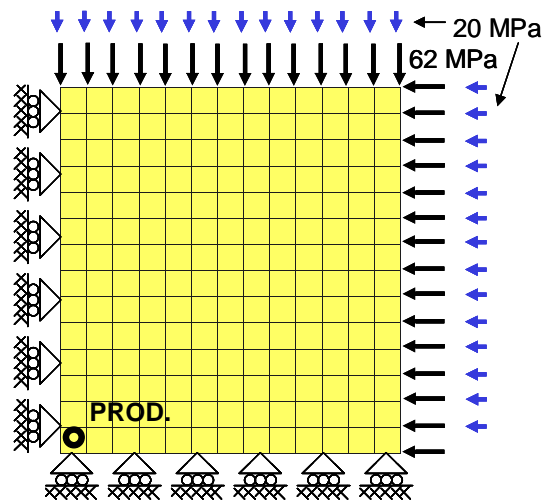
De forma semelhante ocorre a variação da porosidade, pois esta propriedade é diretamente afetada pelas deformações plásticas volumétricas sofridas pela rocha. Isto é mostrado na Figura 73.



**Figura 73. Distribuição da porosidade para o tempo final.**

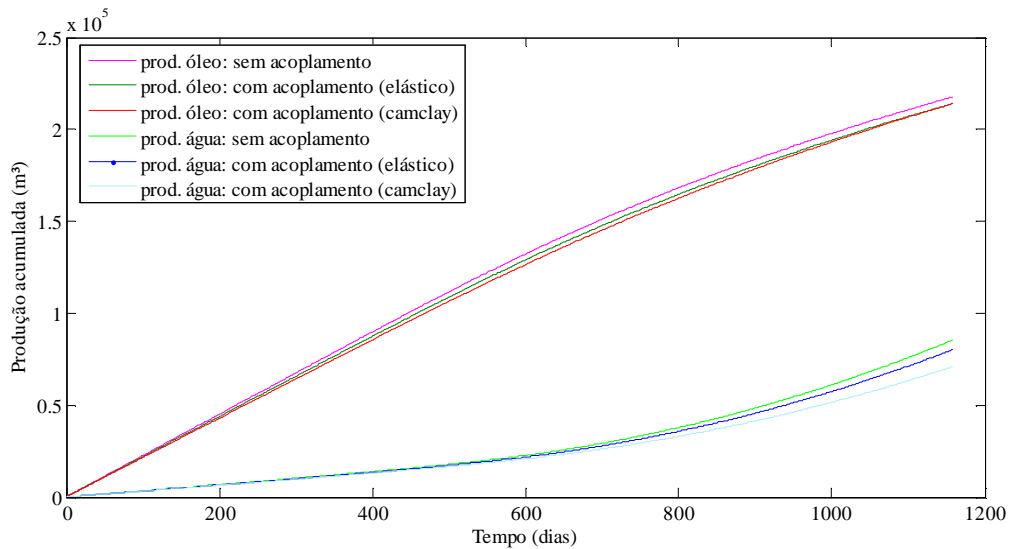
### Análise de caso 2: reservatório com contribuição de aquífero

Neste caso, além das condições de contorno adotadas no Caso 1, descrito anteriormente, aplica-se, de forma a representar um aquífero, pressão de água nas faces laterais (opostas às faces de simetria) do reservatório, com valor igual à pressão inicial do reservatório (Figura 74). Ao iniciar-se o processo de produção, as pressões no interior do reservatório são reduzidas, o que leva à entrada de água do aquífero que, a partir de então se encontra com pressão superior.



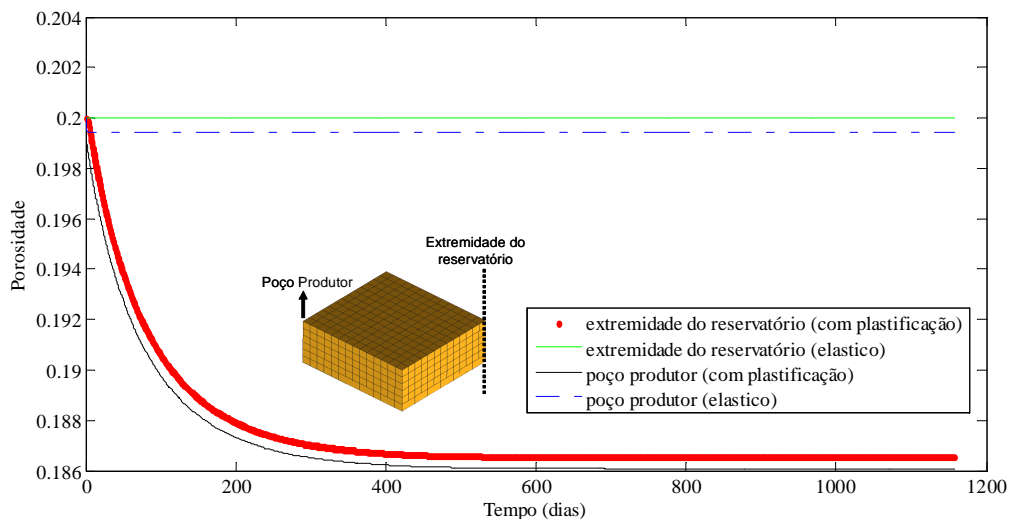
**Figura 74. Condições de contorno: influência do aquífero.**

Nesta análise busca-se observar o efeito do aquífero na produção de fluidos, em especial, sobre o efeito geomecânico da compactação. Isto pode ser observado na Figura 75 onde, pelo fato de a injeção de água, gerada pelo aquífero, manter as pressões no interior do reservatório, o efeito de compactação como mecanismo de produção é reduzido, passando então a produzir uma quantidade menor de óleo e de água com relação à análise convencional (sem acoplamento).

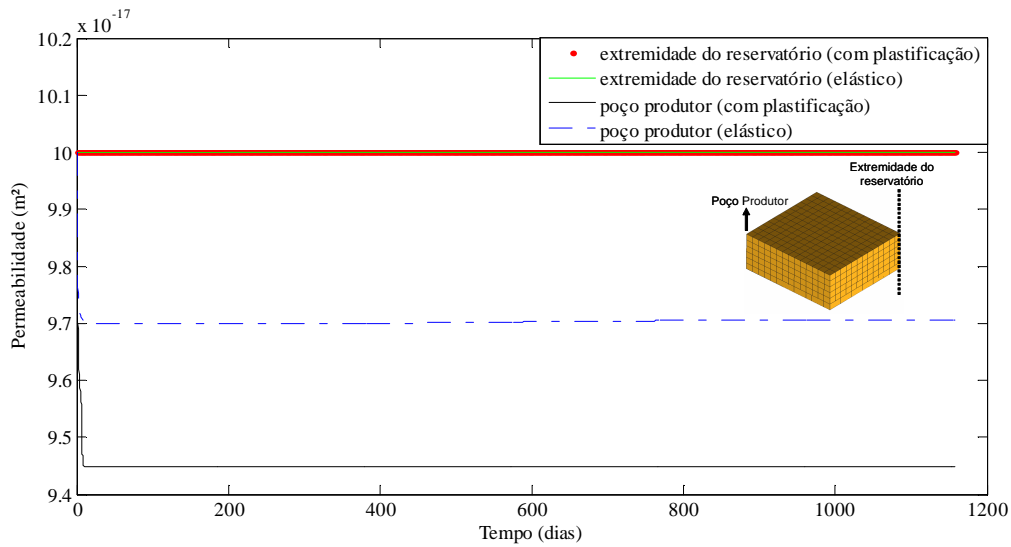


**Figura 75. Curvas de produção de água e óleo para diferentes considerações de reservatório com aquífero: rígido (sem acoplamento geomecânico), elástico e plástico (Camclay Modificado).**

Nas fronteiras onde o aquífero está em contato, o fluxo de água é constante e as pressões são mantidas, evitando que o meio se deforme, logo a porosidade e permeabilidade (redução de 3% na zona do poço produtor) do meio poroso sofrem pequenas variações nestas zonas (Figura 76 e 77, respectivamente).

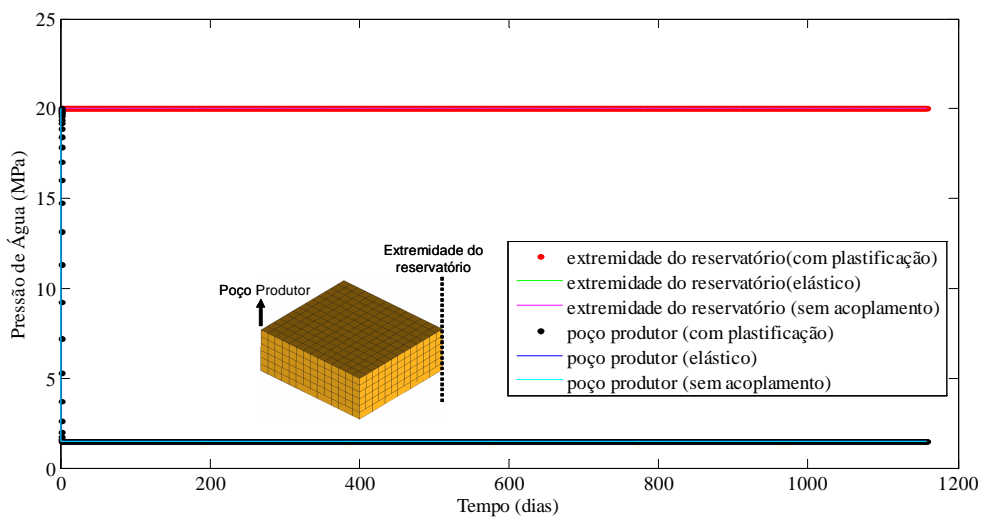


**Figura 76. Variação da porosidade com o tempo no poço produtor e extremidade do reservatório.**



**Figura 77. Variação da permeabilidade com o tempo no poço produtor e extremidade do reservatório.**

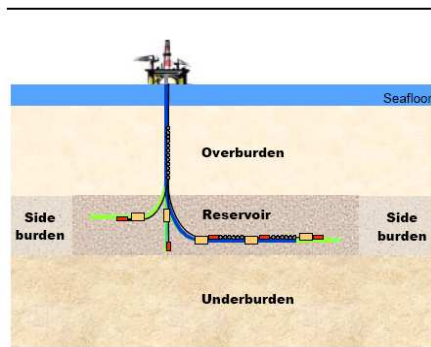
Por fim, conforme já dito anteriormente, ao considerar-se a presença de aquífero as pressões mantêm-se constantes nas fronteiras sob influência deste, porém decrescem no poço produtor decorrente da pressão de fundo de poço prescrita (Figura 78).



**Figura 78. Variação da pressão com o tempo no poço produtor e extremidade do reservatório.**

### 5.1.3 Simulação de Compactação e Subsidência em Campo com Simetria Axial

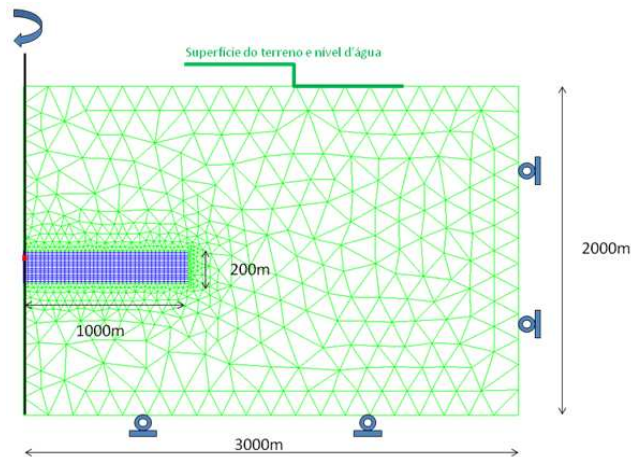
Este problema consiste em um campo sintético considerando o reservatório e as rochas adjacentes (*overburden*, *sideburden* e *underburden*), em analogia ao esquema apresentado na Figura 79, onde o reservatório produz óleo pela depressurização decorrente da abertura do poço produtor (produção primária). O poço opera a uma pressão de fundo de poço de 0,30 MPa, que consiste em uma condição de contorno nodal aplicada a um único nó do reservatório, e a distribuição inicial de pressões e tensão encontram-se definidas pela integração das densidades ao longo da profundidade. O campo é confinado lateralmente e em sua base por restrições de deslocamento nas direções normais a face do campo, sendo considerada a lâmina de água referente à água do mar, tendo em vista que a superfície do campo consiste no fundo do mar.



**Figura 79- Esquema do campo considerando reservatório e rochas adjacentes (Samier *et al*, 2003).**

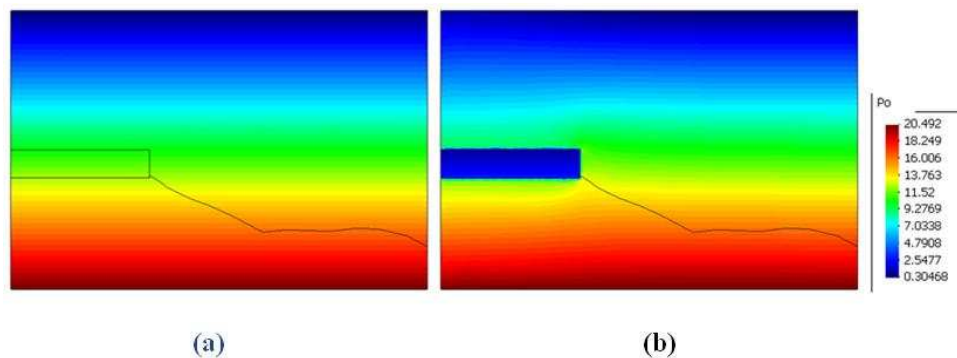
As rochas adjacentes apresentam rigidez sete vezes maior que o reservatório e são impermeáveis e o campo, pela simetria axial, possui a forma de um cilindro. A geometria e condições de contorno, bem como a malha de elementos finitos adotada, encontram-se indicadas na Figura 80, onde o poço produtor é representado, nesta figura, pelo ponto vermelho localizado no interior do reservatório em contato com o eixo de simetria axial. Adota-se uma malha de elementos finitos quadrilaterais de quatro nós com distribuição estruturada na região do reservatório, e com elementos tipo triangulo linear de três nós com distribuição não-estruturada na região das rochas adjacentes.



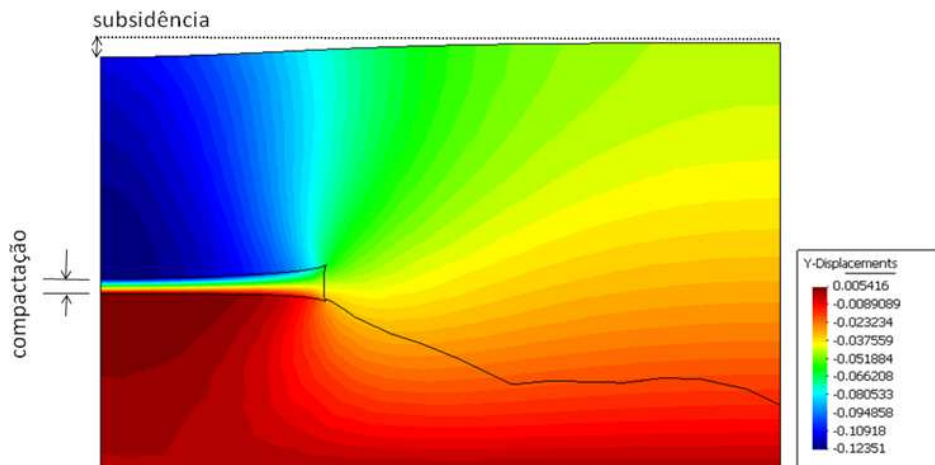


**Figura 80 – Geometria do problema, malha de elementos finitos e condições de contorno.**

Inicialmente o reservatório possui o campo de pressões mostrado na Figura 81a e, após a abertura do poço produtor, ocorre uma decompressão até atingir a pressão de fundo de poço (Figura 81b). Com isso, ao reduzir-se a pressão do reservatório, a tensão efetiva aumenta e ocorre a deformação da rocha, principalmente na zona do poço produtor, levando a compactação do reservatório (Figura 82), verificando-se assim a influência do problema de fluxo no comportamento mecânico do campo. A compactação ocorrida provoca o deslocamento das rochas acima na direção do reservatório levando assim à subsidência da superfície do campo (Figura 82).



**Figura 81 – Distribuição de pressões: (a) inicialmente geostático; (b) após abertura do poço.**



**Figura 82 – Resposta mecânica das rochas: compactação e subsidência.**

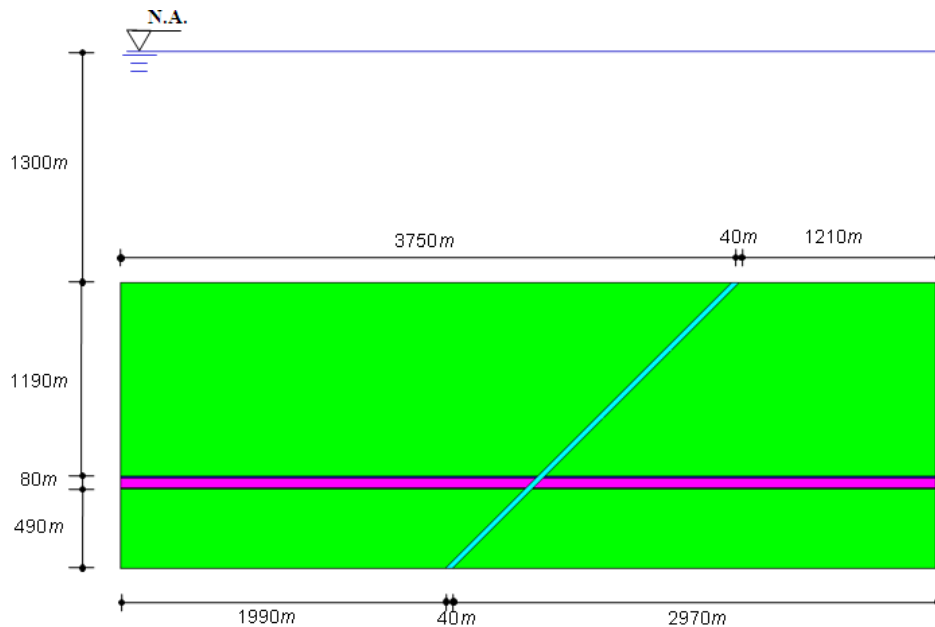
Portanto, o alívio de pressões no interior do reservatório leva a alteração do estado de tensões que por sua vez induz a deformações não só da rocha reservatório quanto das rochas adjacentes, o que leva a ocorrência da compactação do reservatório e à subsidência da superfície do fundo do mar. Logo, o impacto do problema de fluxo é bastante relevante tendo em vista que pode levar a problemas que poderão interferir no processo de produção de hidrocarbonetos, como por exemplo, danificação do revestimento dos poços, reativação de falha selante e abertura de fraturas, entre outros. Isto realça ainda mais a importância do acoplamento entre o problema hidráulico e o geomecânico em um projeto de exploração de campo de petróleo.

## **5.2 PROBLEMAS DE REATIVAÇÃO DE FALHAS GEOLÓGICAS SELANTES**

Neste item apresentam-se os resultados obtidos pela simulação numérica de problemas de reativação de falhas selantes que cortam um reservatório de petróleo e as rochas acima e abaixo dele. O mecanismo de reativação ocorre pela pressurização do reservatório mediante a injeção de água no processo de recuperação.

### 5.2.1 Caso Sintético Bidimensional Nº 01: Reservatório cortado por uma falha

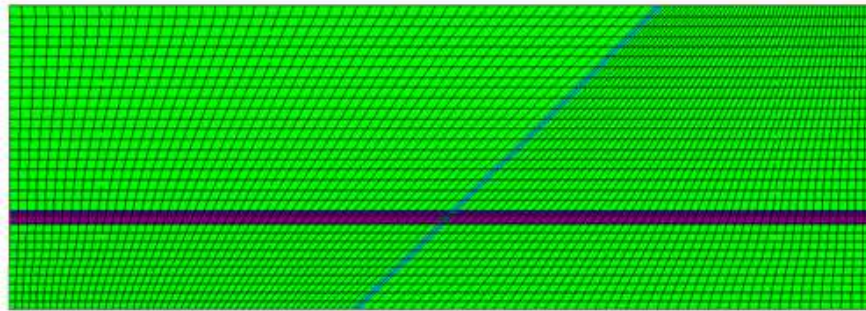
Este problema consiste na análise de um caso sintético de problema de reativação de uma falha selante que corta um campo da base da rocha inferior (“*underburden*”) até a superfície do fundo do mar, passando pelo reservatório e pela rocha acima deste (“*overburden*”). O campo encontra-se a uma profundidade de 1300 metros abaixo do nível do fundo do mar e sua base está localizada a 3060 metros de profundidade a partir da cota do nível do mar. O Reservatório encontra-se a uma profundidade de 2490 metros e tem espessura total de 80 metros. A falha selante é definida como uma superfície de 40 metros de espessura (Figura 83).



**Figura 83 - Problema Físico: falha selante cortando campo de petróleo.**

A malha de elementos finitos é estruturada e constituída por elementos quadriláteros de quatro nós, totalizando em 4056 nós e 3914 elementos (Figura 84). Na superfície do fundo do mar são aplicadas condições de contorno tais que levem a um estado de tensões efetivas nulo nesta região, ou seja, é admitida uma tensão total e uma pressão de fluido em todo o campo de 13 MPa, e nesta superfície uma pressão de lâmina d’água atuante de 13 MPa, levando, pelo princípio das tensões efetivas, a uma tensão efetiva nula. Os poços, injetor e produtor, encontram-se referidos na Figura 85, onde na injeção é admitida uma pressurização, em rampa

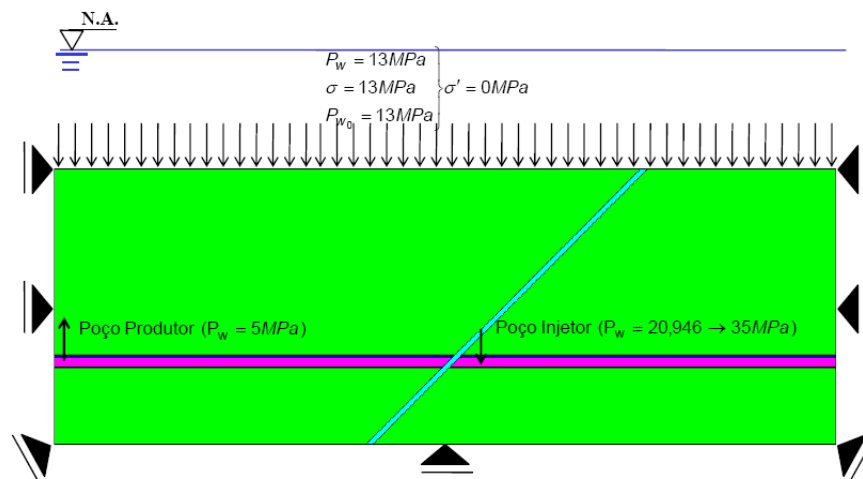
(incremento de pressão com o passo de tempo até atingir a pressão final imposta), de 35 MPa, partindo da pressão inicial do reservatório que é de 20,946 MPa (pressão de injeção de 14,054 MPa). Ao se considerar a produção de fluido, o poço produtor opera com uma pressão de fundo de poço de 5 MPa.



**Figura 84- Malha de Elementos Finitos.**

Aplicam-se as condições de contorno de restrição de movimento na direção horizontal, para os limites laterais do campo, e na direção vertical, para a base do campo (Figura 85).

O fluido possui viscosidade de  $1,0 \times 10^{-12}$  MPa.s, e compressibilidade em função da pressão, através da Equação 21. As propriedades mecânicas das rochas encontram-se na Tabela 8, considerando plasticidade unicamente no material de preenchimento da falha.



**Figura 85- Condições Iniciais e de Contorno.**

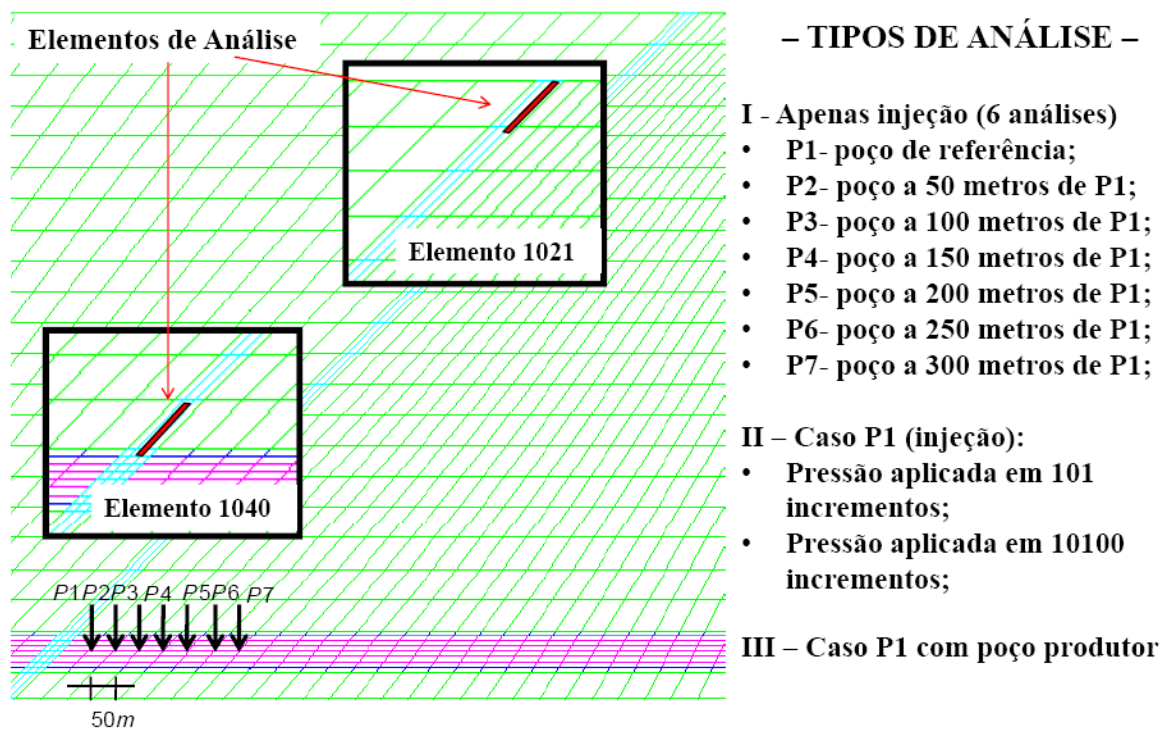
**Tabela 8. Propriedades Mecânicas.**

Propriedades Mecânicas	Valores
<b>Rocha Capeadora (“<i>overburden e underburden</i>”)</b>	
Módulo de elasticidade $E$ (MPa)	6000,00
Coefficiente de Poisson $\nu$	0,30
Coesão (MPa)	10,0
Ângulo de Atrito ( $^{\circ}$ )	23
Permeabilidade ( $m^2$ )	$1,0 \times 10^{-25}$
Porosidade	0,25
<b>Rocha Reservatório</b>	
Módulo de elasticidade $E$ (MPa)	15000,00
Coefficiente de Poisson $\nu$	0,35
Coesão (MPa)	10,0
Ângulo de Atrito ( $^{\circ}$ )	26
Permeabilidade ( $m^2$ )	$5,0 \times 10^{-12}$
Porosidade	0,4
<b>Falha</b>	
Módulo de elasticidade $E$ (MPa)	6000,00
Coefficiente de Poisson $\nu$	0,30
Coesão (MPa)	5,5
Ângulo de Atrito ( $^{\circ}$ )	23
Permeabilidade ( $m^2$ )	$1,0 \times 10^{-16}$
Porosidade	0,3

O foco de análise do problema consiste em verificar o nível de pressão para o qual a falha é reativada, incorrendo na realização de três tipos de análises, considerando os elementos 1040 (elemento da falha próximo ao reservatório) e 1021 (elemento da falha na superfície do fundo do mar), de forma a investigar o comportamento da falha no início da reativação e na zona próxima a superfície do fundo do mar, averiguando a ocorrência de exsudação de fluido (Figura 86). A primeira análise (Tipo I) considera unicamente a pressurização do reservatório (sem produção), verificando o efeito do aumento de pressões e da distância do poço injetor à falha, no processo de reativação. Neste caso foram feitas sete sub-análises, partindo de um caso base (Caso P1), onde o poço injetor localiza-se a 50 metros da falha, e os demais poços localizam-se a 50, 100, 150, 200, 250 e 300 metros do poço do Caso P1, sendo estes definidos como casos P2, P3, P4, P5, P6 e P7, respectivamente (Figura 86).

A análise Tipo II também considera apenas injeção e toma apenas o poço de referência (Caso P1), sendo investigada a influência da quantidade de incrementos de tempo no processo de reativação de falhas e propagação de pressões. Isto objetiva mostrar que como o programa de elementos finitos utilizado considera uma formulação acoplada e implícita, não ocorre interferência do número de passos de tempo nos resultados, ao contrário do que acontece no caso de uma ferramenta desacoplada e também explícita.

Por fim, a análise Tipo III, que também considera o poço na situação do Caso P1, mas desta vez adotando um sistema de injeção/produção, de forma a verificar a influência sobre o mecanismo de reativação de falhas, tendo em vista que a produção de fluidos pode induzir a ocorrência de fenômenos de compactação e subsidência, que consistem em fenômenos essenciais e complementares ao de reativação de falha.



**Figura 86- Descrição dos tipos de análises.**

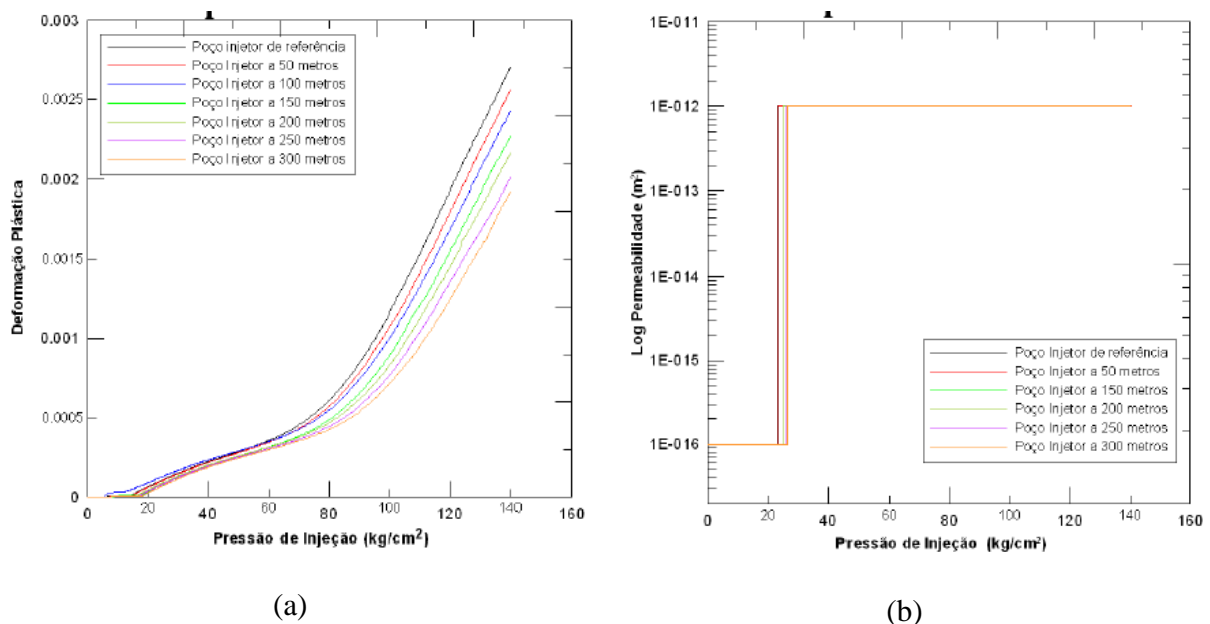
### **Análise Tipo I: influência da pressurização e da distância do poço de injeção.**

Esta análise objetiva verificar a influência da pressurização do reservatório no processo de reativação de falha para um poço base de injeção (definido como Caso P1), e verificar influência da locação deste poço a distâncias maiores da falha (Casos P2 a P7).

Isto é feito para os elementos 1040 e 1021, conforme descritos anteriormente, através da verificação da variação da deformação plástica cisalhante e da permeabilidade nestes elementos da falha com a pressurização.

As Figuras 87a e 87b mostram, respectivamente, a plastificação e a variação da permeabilidade da falha (reativação da falha) no elemento 1040, em função da pressurização, para diferentes distâncias do poço injetor com relação ao poço de injeção base (Caso P1) e à falha. O elemento 1040 está localizado numa região da falha bem próxima ao reservatório, onde observa-se que, para níveis de pressão inferiores a 20 Kg/cm<sup>2</sup> (2 MPa), já ocorre a plastificação porém a níveis que não levam a reativação da falha (aumento da permeabilidade). À medida que se considera o poço mais próximo a falha, este nível de pressão de plastificação é menor, chegando a cerca de 4 a 5 Kg/cm<sup>2</sup> (0,4 a 0,5 MPa) para o poço de referência, o que mostra a influência da posição do poço no reservatório, pois a pressurização levará a maior alteração do estado de tensões em zonas mais afastadas, levando a necessidade de maiores pressões para que este efeito chegue à zona de falha.

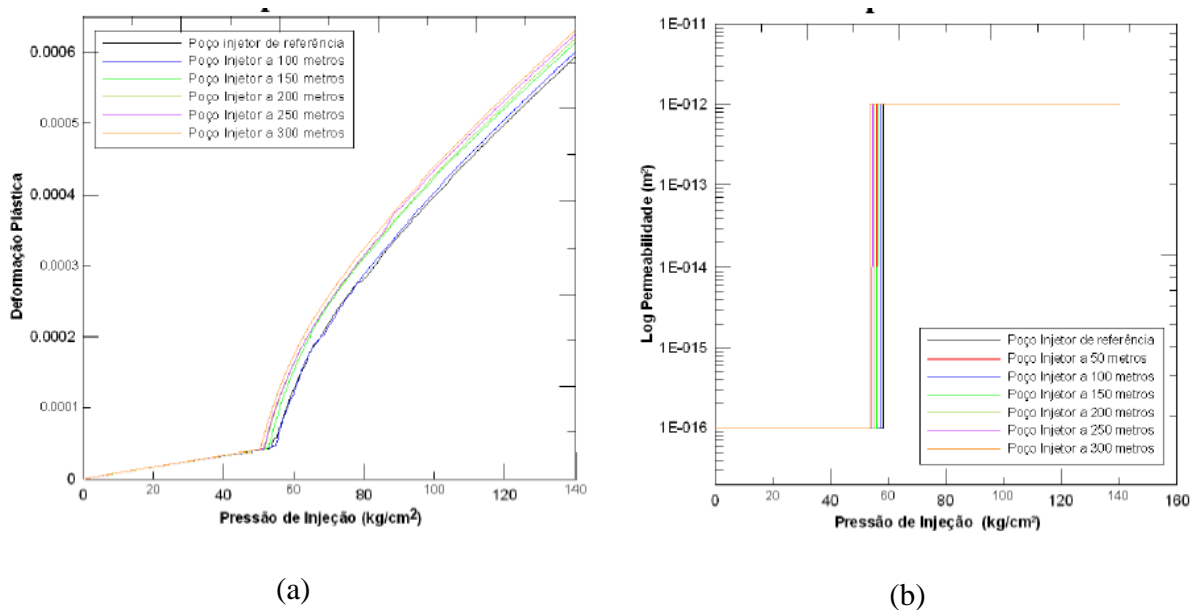
Quanto à permeabilidade, observa-se que esta é aumentada apenas para níveis pouco maiores que os iniciais de plastificação, ou seja, exige uma pressurização pouco superior a 20 Kg/cm<sup>2</sup> (2 MPa). O comportamento da variação da permeabilidade com a pressão traduz a lei tipo função degrau adotada neste trabalho, onde, atingido certo nível de plastificação, a permeabilidade é aumentada instantaneamente, num certo elemento (isto ocorre elemento a elemento, e não em toda a falha de uma só vez). O efeito da distância dos poços de injeção pode também ser observado, pois quanto mais afastados são os poços, maior deve ser o nível de pressão para alteração da permeabilidade, porém estas diferenças não são consideráveis.



**Figura 87- Resultados de Reativação de Falha para elemento 1040: (a) Evolução da deformação plástica cisalhante com a pressão; (b) Variação da permeabilidade da falha (reativação) com a pressão.**

Ao se considerar o elemento 1021, verifica-se que, para a reativação da falha (aumento da permeabilidade) neste elemento (Figura 88b), o nível de pressão necessário é de cerca de 55 Kg/cm<sup>2</sup> (5,5 MPa) que é bem superior ao observado no elemento 1040, apesar de que o elemento plastifica-se de forma crescente e quase que linearmente até um valor limite (Figura 88a), a partir do qual o nível de plastificação é considerável e a falha é efetivamente reativada. Isto se deve ao fato de que este elemento encontra-se a uma altura considerável e a alteração do estado de tensões demanda um nível de pressão maior, de forma que seu efeito chegue à rocha situada nesta região. Um fato a ser observado é que poços mais distantes levaram a reativação da falha neste elemento para níveis de pressão inferiores, comparados aos exigidos por poços de injeção mais próximos da falha. Isto pode estar associado ao fato de que a distância do elemento ao reservatório leve a dependência da forma de plastificação de toda a falha até atingir este elemento. Logo poços mais afastados levam a uma reativação mais uniforme da falha, porém pode estar também associado à lei de permeabilidade, sendo necessária a adoção de modelos mais complexos que relacionem a variação da permeabilidade da rocha com as deformações plásticas cisalhantes.





**Figura 88- Resultados de Reativação de Falha para elemento 1021: (a) Evolução da deformação plástica cisalhante com a pressão; (b) Variação da permeabilidade da falha (reativação) com a pressão.**

**Análise Tipo II: influência da quantidade de incrementos de pressão (time steps).**

Neste caso, a verificação da influência da quantidade de incrementos de pressão se dá unicamente para o elemento 1040 e considerando o poço injetor base (Caso P1). Adotam-se dois níveis de incrementos: 101 incrementos e 10100 incrementos.

Na Figura 89, que expressa a variação da permeabilidade e a plastificação do elemento em termos da pressão, para cada nível de incremento, observa-se que não há influência no comportamento de reativação, tendo em vista que, como comentado anteriormente, o programa resolve o problema totalmente acoplado e implícitamente.

A evolução da plastificação e reativação (aumento da permeabilidade) da falha, para certos valores de tempo, encontram-se descritos nas Figuras 90a e 90b, respectivamente.

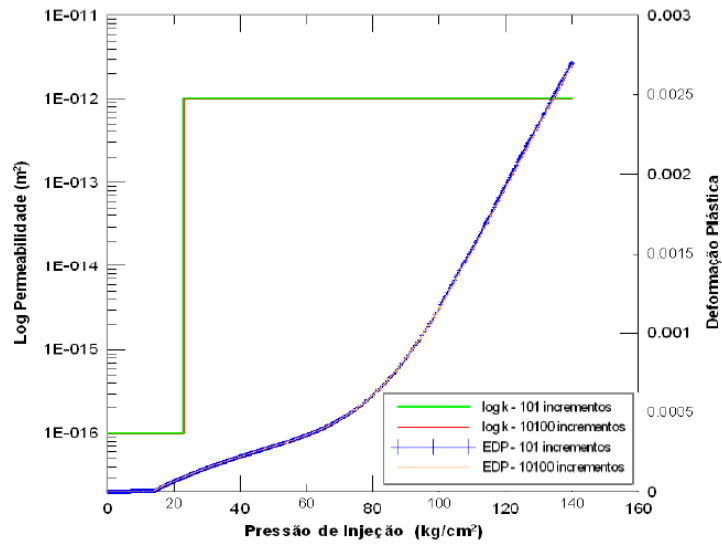


Figura 89- Verificação da influência da quantidade de incrementos no problema de reativação de falhas: permeabilidade e deformação plástica x pressão.

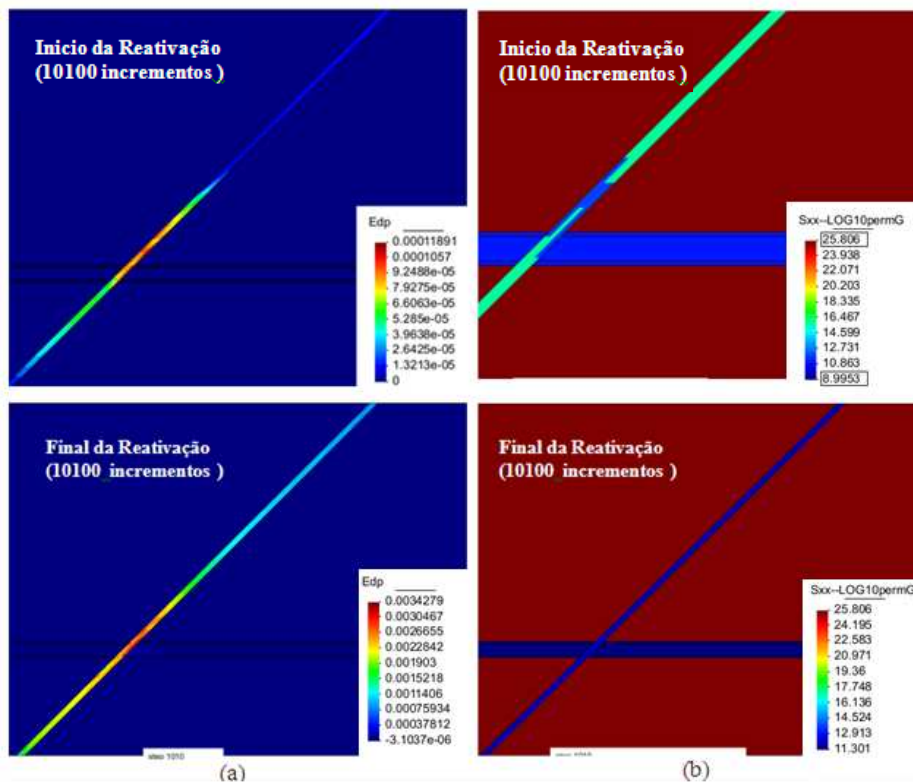
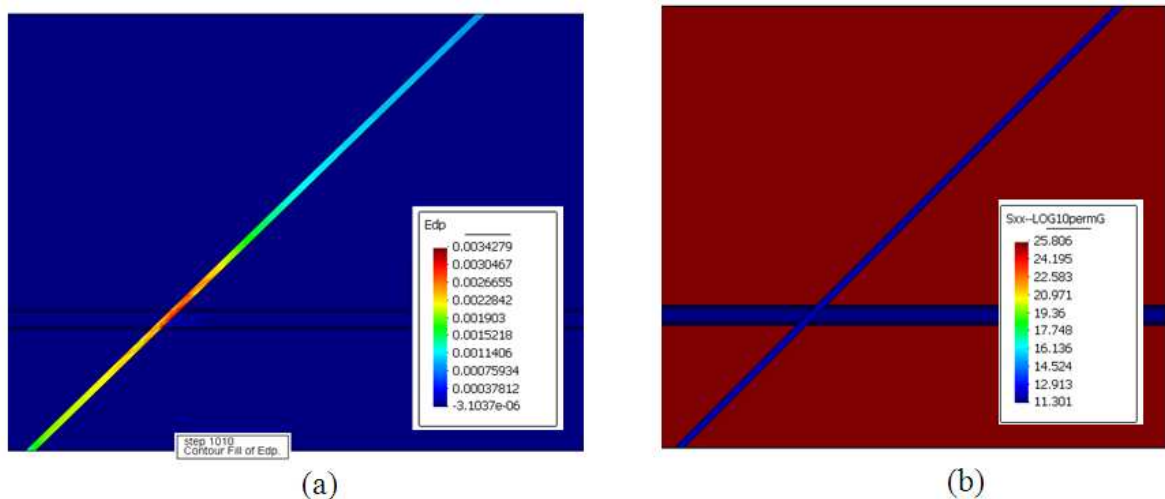


Figura 90- Evolução da Reativação de Falha para 10100 incrementos: (a) Evolução da deformação plástica cisalhante; (b) Variação da permeabilidade da falha (reativação).

**Análise Tipo III: problema com injeção/produção de fluido.**

Por fim, busca-se analisar a influência da adoção de um poço produtor localizado na região do reservatório compartimentada, oposta a região na qual está localizado o poço injetor (Figura 85). Com esta consideração observa-se que ocorre a reativação da falha selante (Figura 91) bem como surgem os fenômenos de compactação da rocha reservatório na região do poço produtor (Figura 92a), e a subsidência da superfície do fundo do mar acima desta zona (Figura 92b). As variações da poro-pressão no reservatório levam à alteração do estado de tensões no reservatório.



**Figura 91 - Resultados de Reativação de Falha: (a) Evolução da deformação plástica cisalhante; (b) Variação da permeabilidade da falha (reativação).**

A ocorrência destes fenômenos pode ainda ser observada através da distribuição dos vetores de deslocamento (Figura 93), onde além da compactação e da subsidência (no sentido da compressão) na região do poço produtor, observa-se ainda um efeito de expansão das rochas próximas à falha, em decorrência dos processos de compactação, pressurização do reservatório e da reativação da falha.

Por fim, o efeito da reativação da falha sobre o sistema de produção pode ser verificado pelos vetores de fluxo nos instantes anterior (Figura 94a) e posterior (Figura 94b) à reativação, onde a partir disto os reservatórios antes compartimentados passam a se comunicar. É

importante observar também que passa a existir o fluxo de fluido ao longo da falha, inclusive no sentido da superfície do fundo do mar, levando a risco de exsudação (Figura 94c).

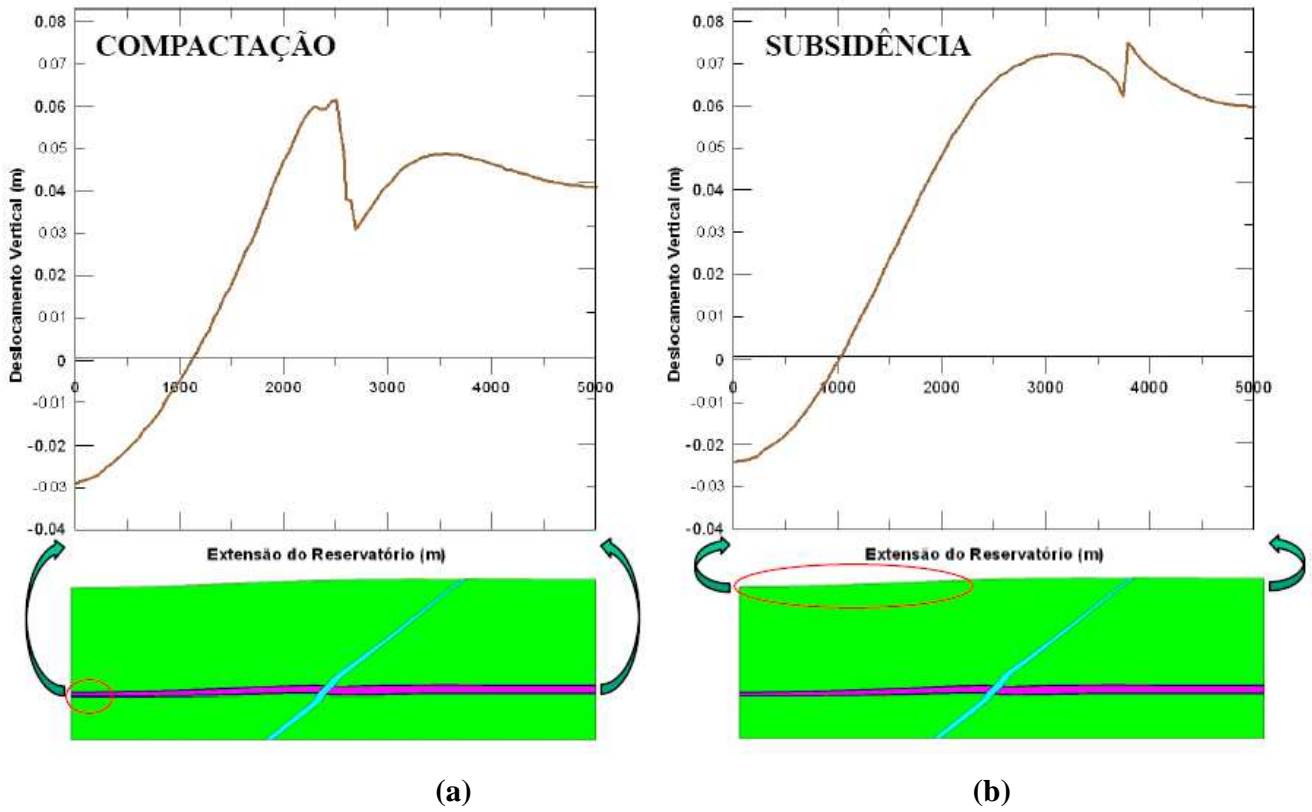


Figura 92 - Deformação do campo devido ao processo de injeção/produção: (a) compactação; (b) subsidência.

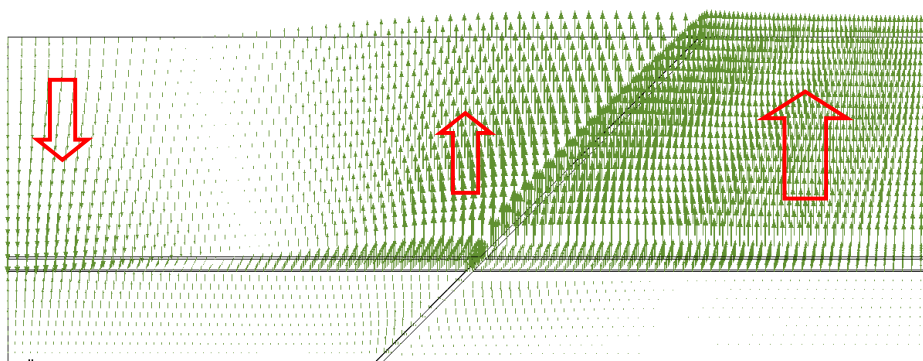
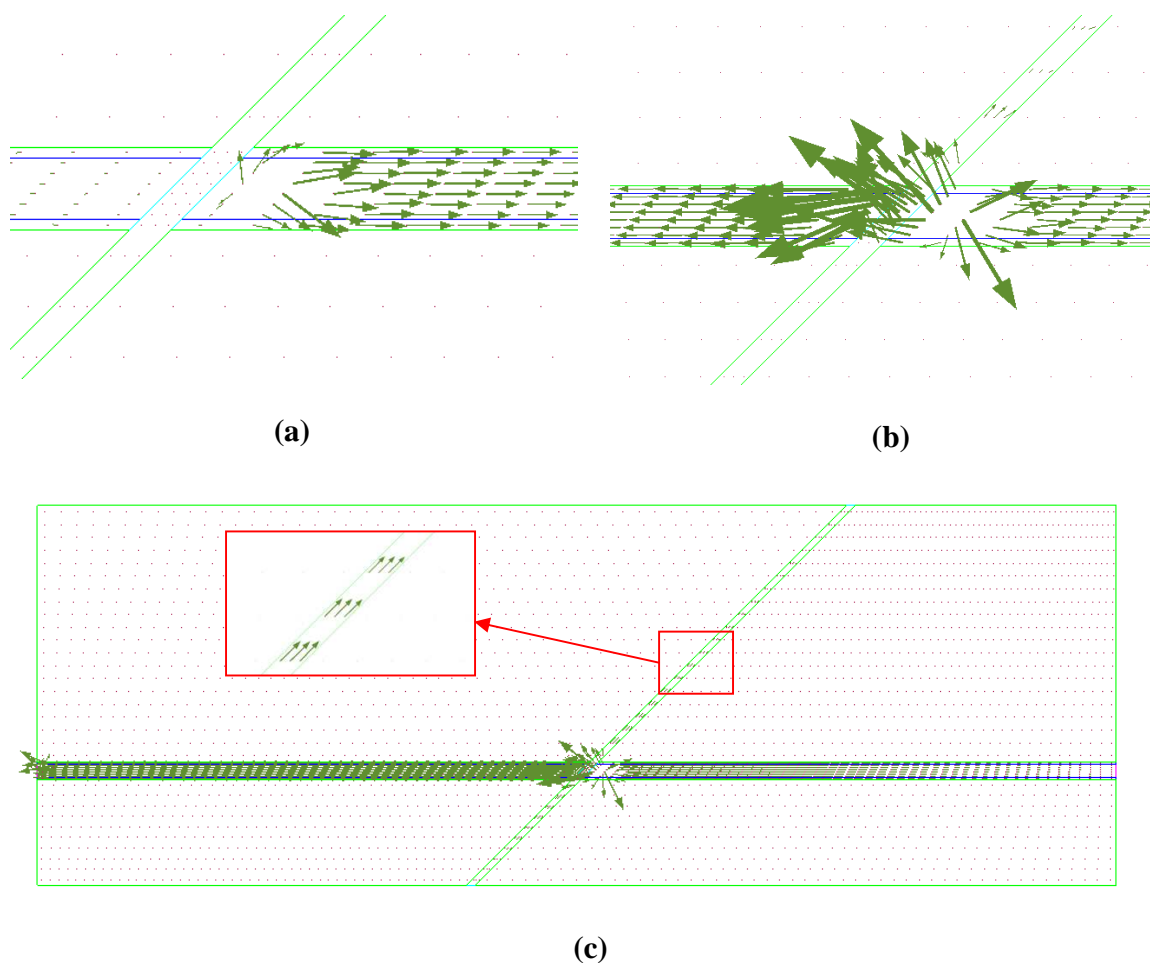


Figura 93 – Vetores de deslocamento.

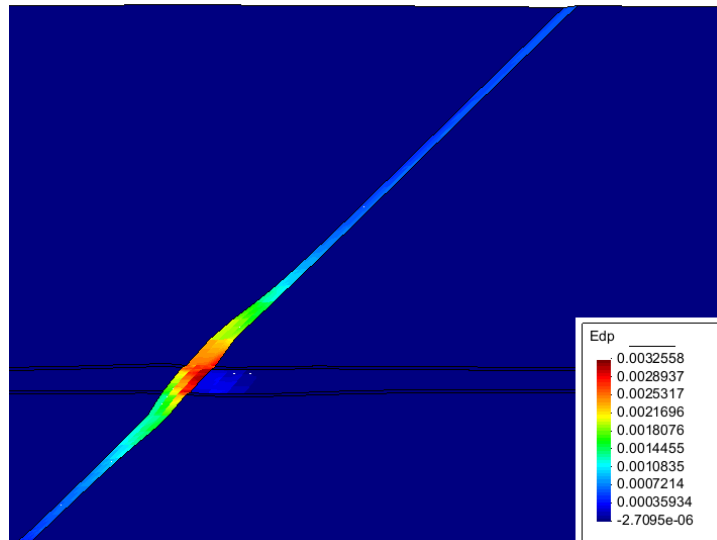


**Figura 94 – Vetores de fluxo: (a) antes da reativação; (b) após a reativação; (c) fluxo na falha.**

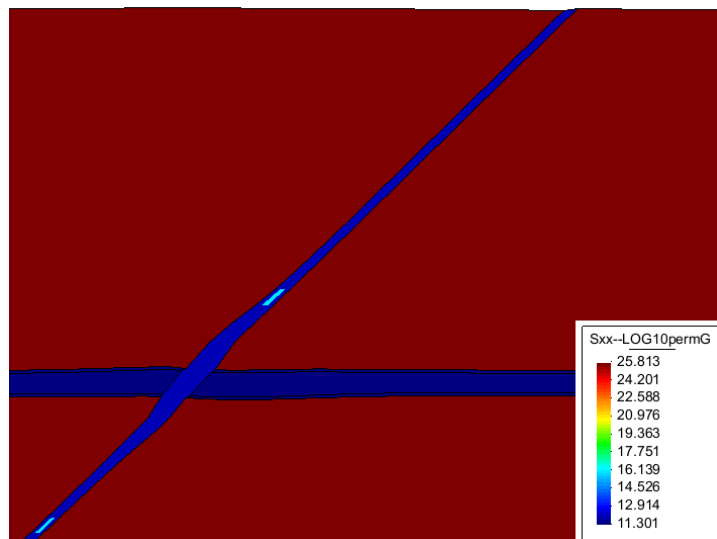
### **5.2.2 Caso Sintético Bidimensional N° 01 – Fluxo Bifásico (água-óleo)**

Neste item verifica-se a influência de um modelo de fluxo bifásico frente às respostas obtidas na análise monofásica. Para isso toma-se a Análise Tipo III do problema anterior e considera-se agora o reservatório com 20% de água e 80% de óleo. As condições de contorno permanecem as mesmas, e é desprezado o efeito capilar ( $P_c = 0$ ). Ambos os fluidos são levemente compressíveis e de mesma viscosidade. A relação permeabilidade relativa-saturação de água é a mesma mostrada na Figura 55 empregada nos problemas de compactação.

Para o mesmo tempo de simulação e condições de contorno, verifica-se que o material da falha plastifica (Figura 95) a níveis equivalentes aos obtidos na Figura 91a para o problema monofásico, e com isso é reativada em toda sua extensão, onde sua permeabilidade é aumentada, a valores iguais a do reservatório, e apenas alguns elementos não atingem este nível (Figura 96).



**Figura 95 – Deformação plástica cisalhante: falha deformada.**

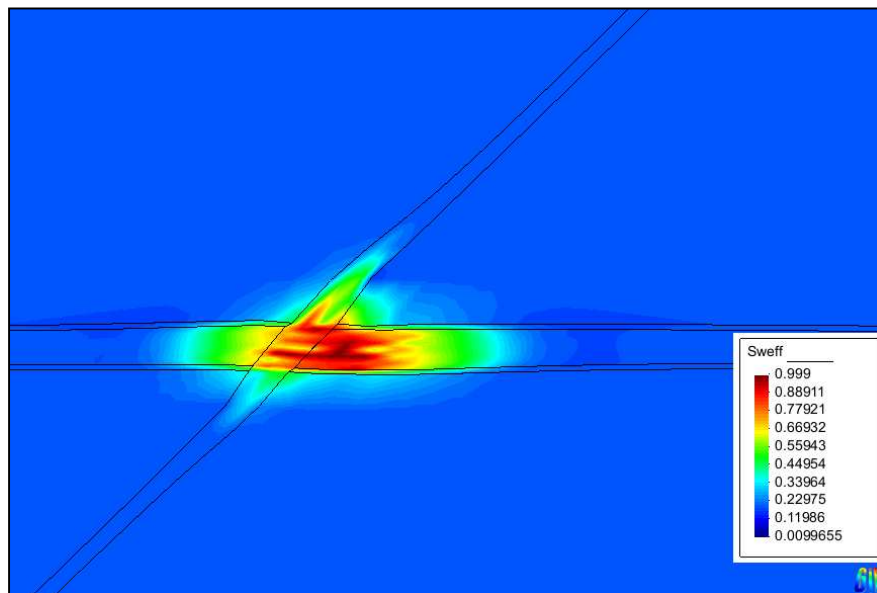


**Figura 96 – Permeabilidade Intrínseca.**

As pressões de água e óleo são iguais, tendo em vista que a pressão capilar é admitida nula, e para o tempo final de simulação o campo de pressões obtido na região do poço injetor e da falha atinge níveis elevados e, após a reativação da falha, ocorre a pressurização do reservatório antes compartimentado e que está em processo de produção primária. Logo, na região do reservatório do poço produtor as pressões caem ao nível da pressão de fundo de poço e posteriormente tende a aumentar, após a reativação da falha e consequente comunicação entre os reservatórios, devido ao efeito da injeção de água.

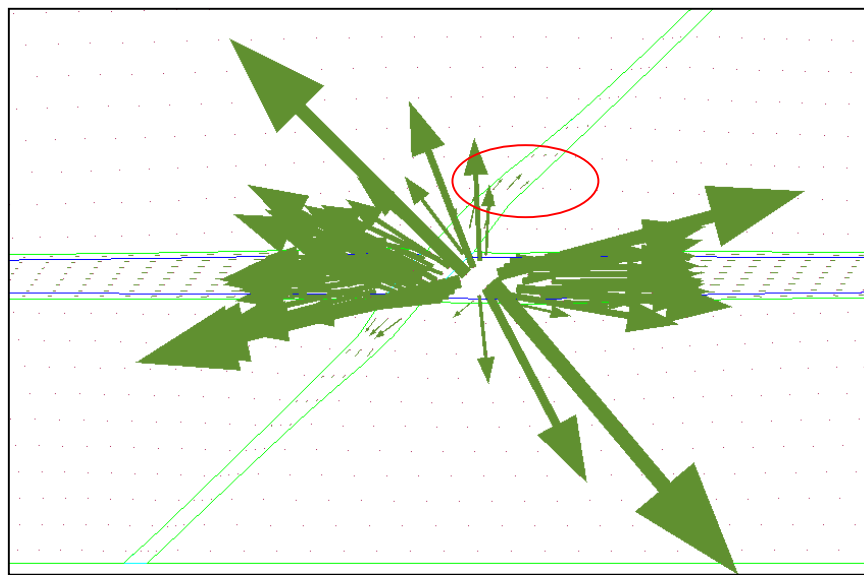
Quanto à saturação de fluidos, todo o campo é saturado de água e óleo na inicialização do problema, para o cálculo do campo de pressões, porém isto não tem influência no fluxo de fluidos tendo em vista que se considera o coeficiente de Biot nulo nas rochas selantes e assim a água e óleo se deslocam apenas no reservatório e na falha (quando reativada).

O efeito do processo de injeção de água pode ser observado nas Figuras 97 e 98a, onde a saturação de água aumenta nas zonas próximas do poço injetor, diminuindo a saturação de óleo (Figura 99) representando assim o varrido do óleo existente, tendo em vista que o reservatório tem sua saturação inicial de 20% de água.

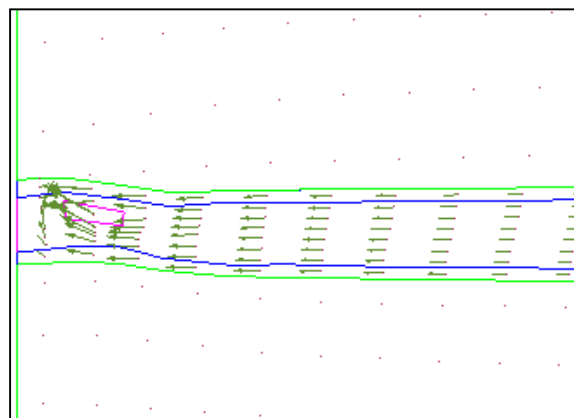


**Figura 97 – Saturação de Água.**

Já na região do poço produtor o fluxo de água é pequeno (Figura 98b), tendo em vista que após a reativação da falha e conseqüente comunicação das partes do reservatório, a contribuição da frente de injeção não é forte para o tempo de simulação adotado, mas o fluxo de óleo é maior devido a despressurização do reservatório (Figura 100a). Com a reativação da falha, a água injetada passa a fluir ao longo da falha deslocando assim uma frente de óleo no sentido da superfície do fundo do mar (Figura 100b).



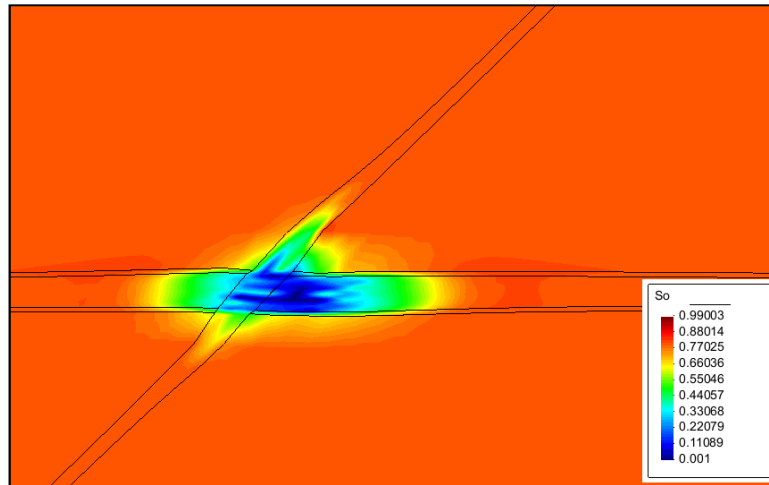
(a)



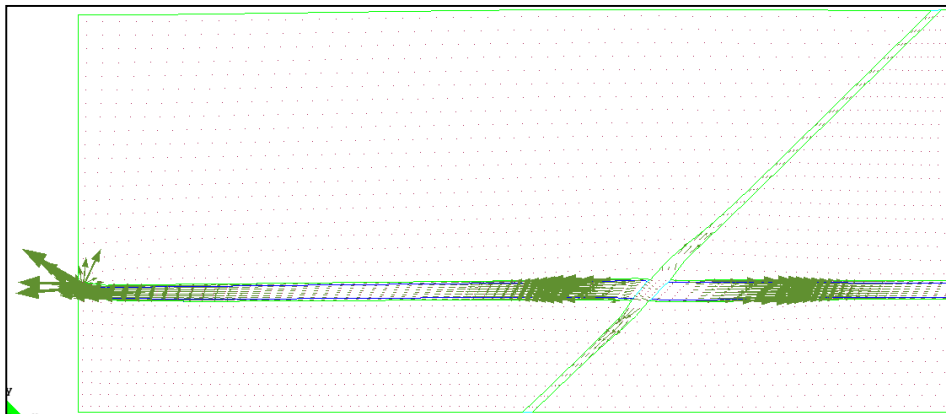
(b)

**Figura 98 – Vetores de Fluxo de Água: (a) Fluxo de água de injeção; (b) Fluxo de água na direção do poço produtor.**

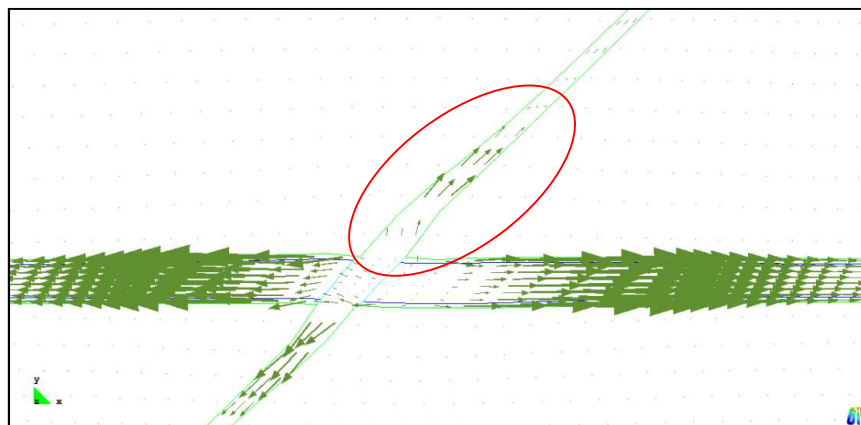




**Figura 99 – Saturação de Óleo.**



**(a)**

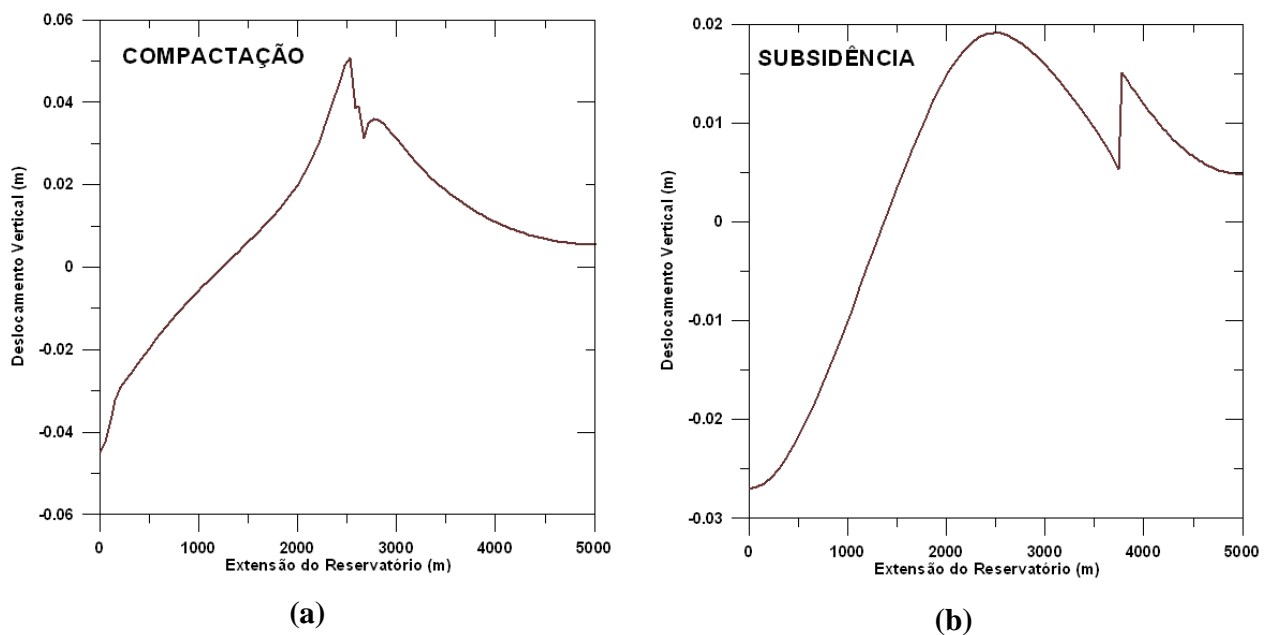


**(b)**

**Figura 100 – Vetores de Fluxo de Óleo: (a) Fluxo em todo campo; (b) Vetores de fluxo na região falha/reservatório.**

Finalmente verifica-se o impacto do processo de injeção e produção no comportamento mecânico do reservatório e do campo com relação aos fenômenos de compactação e subsidência.

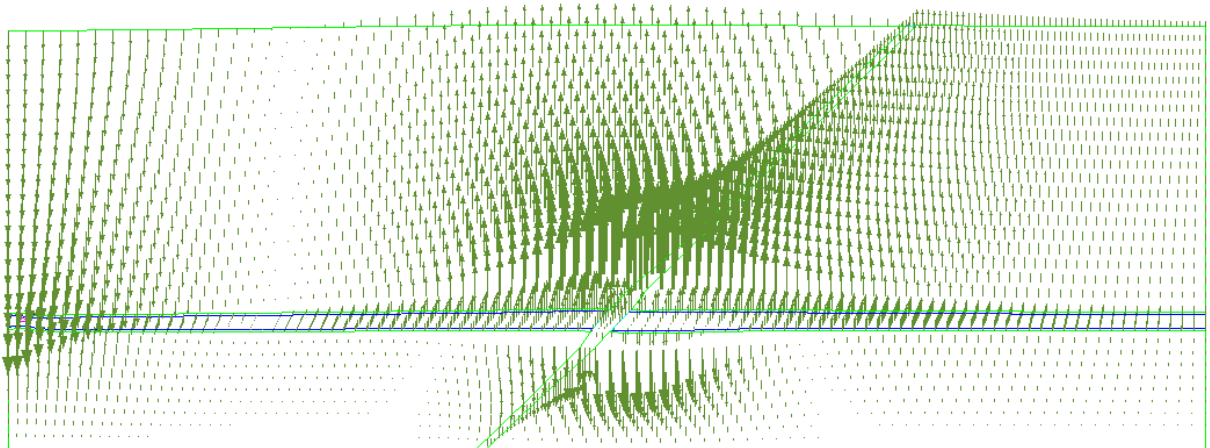
Neste caso, comparado ao problema monofásico, observou-se que o processo de compactação do reservatório (Figura 101a), bem com a subsidência da superfície do fundo do mar (Figura 101b) foram mais acentuados. As expansões ocorridas na região do reservatório próxima ao poço injetor, bem como na falha e na superfície acima foram menores que no caso monofásico. Estas duas observações podem estar associadas à diferença entre os fluidos (água e óleo) que modificam o processo de deslocamento destes no interior do reservatório e da falha, onde as compressibilidades destes fluidos têm importante influência sobre o campo de pressões e, conseqüentemente, sobre a resposta mecânica das rochas e da falha.



**Figura 101 - Deformação do campo devido ao processo de injeção/produção: (a) compactação; (b) subsidência.**

A Figura 102 representa a ocorrência da compactação e da subsidência, bem como a deformação da falha, através dos vetores de deslocamento. Horizontalmente a falha sofre uma

expansão decorrente do comportamento dilatante do material representado pelo modelo de plasticidade de Mohr Coulomb.

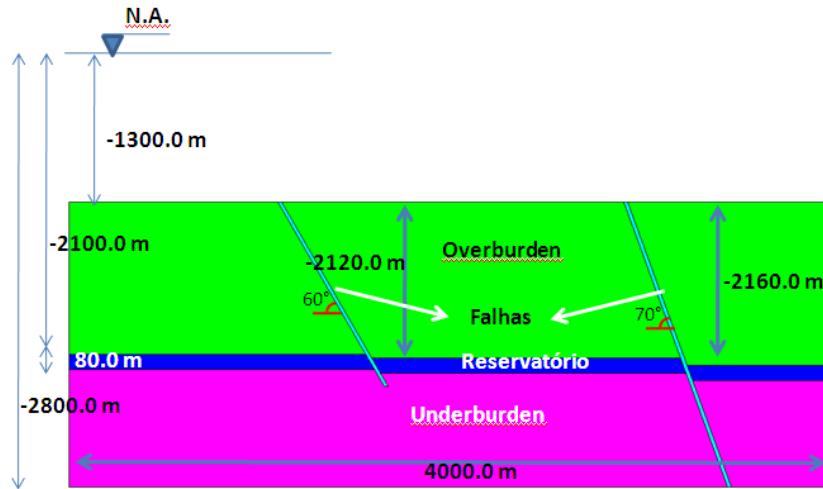


**Figura 102 – Vetores de Deslocamento.**

### ***5.2.3 Caso Sintético Bidimensional N° 02 – Reservatório cortado por duas falhas***

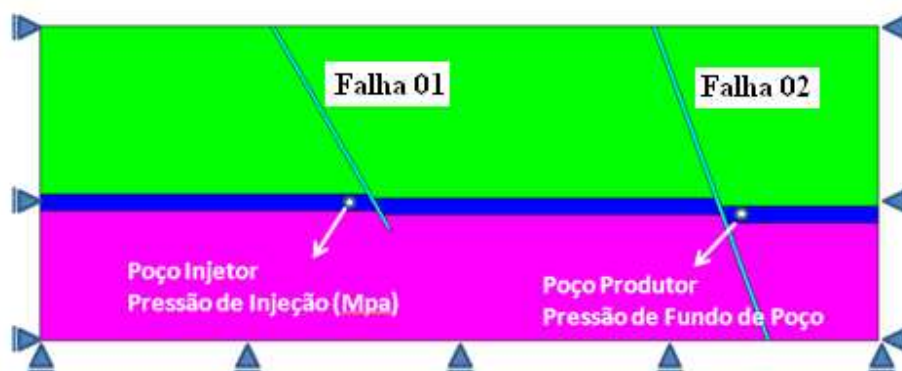
O caso apresentado neste item consiste em um campo (reservatório + *overburden* + *underburden*) cortado em dois trechos por falhas selantes. A geometria do campo está descrita na Figura 103, onde é possível observar a existência de rejeito inicial, deslocamento relativo entre as camadas do reservatório separadas pela falha, conforme descrito no Capítulo 1.

Aqui nomeamos a falha da esquerda como Falha 01 que começa na superfície do fundo do mar e corta o reservatório terminando cerca de 60 metros abaixo já na camada inferior do campo (*underburden*) e possui uma inclinação de 60°. A segunda falha é chamada de Falha 02 e se estende da base do campo à superfície do fundo do mar, tendo uma inclinação de 70°. Ambas as falhas são do tipo normais.



**Figura 103 – Geometria do Problema.**

Considera-se um poço injetor no compartimento do reservatório no lado esquerdo do campo, operando a uma pressão de injeção de água de 4,0 MPa, e existe um poço produtor localizado no compartimento à direita do campo, com uma pressão de fundo de poço de -1,5 MPa. Está apresentada na Figura 104 a localização dos poços no reservatório bem como as condições de restrição de deslocamento (condições de contorno mecânicas). Neste caso, o fluxo é monofásico e trabalha-se em termos de tensões efetivas, ao contrário dos casos anteriores, e para isso prescreve-se uma pressão de fluido nula na superfície do fundo do mar e trabalha-se considerando o peso específico submerso do solo, levando em conta o peso de água acima do campo (referente à lâmina de água do mar).



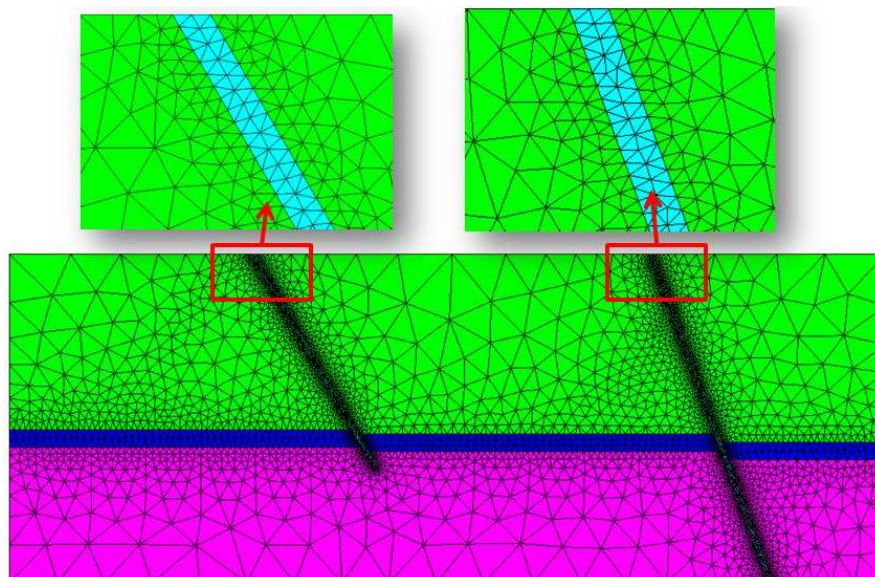
**Figura 104 – Condições de Contorno.**

As propriedades da rocha adotadas para este problema estão descritas na Tabela 9. O parâmetro de viscosidade de Perzyna  $\mu$  adotado é definido pela relação  $\Delta t / \mu = 0,1$ . O fluido é admitido levemente compressível, ou seja, possui compressibilidade de  $5,5 \times 10^{-4} \text{ MPa}^{-1}$ , com viscosidade de  $3,52 \times 10^{-10} \text{ MPa.s}$  e densidade inicial de  $1000 \text{ kg/m}^3$ .

**Tabela 9. Propriedades Mecânicas.**

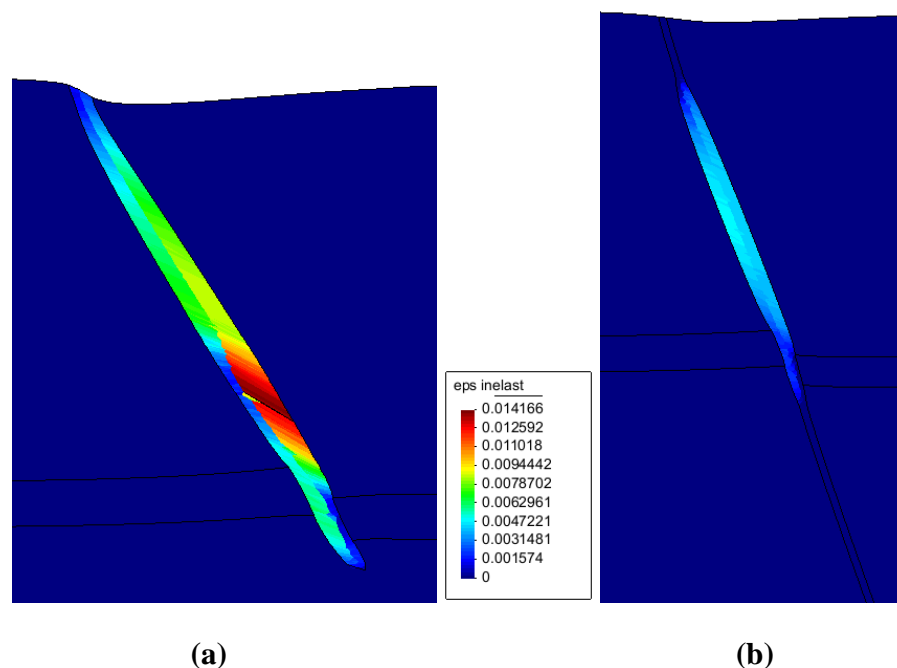
Propriedades da Rocha	<u>Overburden</u>	<u>Underburden</u>	Reservatório	Falha
Módulo de Elasticidade (Mpa)	6780	10800	15860	8000
Coesão (Mpa)	2.17	3.73	5.99	0.80
Ângulo de Atrito (graus)	26.1	29.3	31.3	23.0
Permeabilidade ( $\text{m}^2$ )	$1 \times 10^{-25}$	$1 \times 10^{-25}$	$5 \times 10^{-12}$	$5 \times 10^{-18}$
Porosidade	0.27	0.25	0.32	0.30

Adotou-se uma malha de elementos finitos gerada via programa MATLAB, constituída de elementos do tipo triângulo linear de três nós totalizando em 4512 nós e 8894 elementos. Como se tem um interesse maior na estrutura de falha, então estas regiões apresentam um maior refinamento (Figura 105).



**Figura 105 – Malha de Elementos Finitos.**

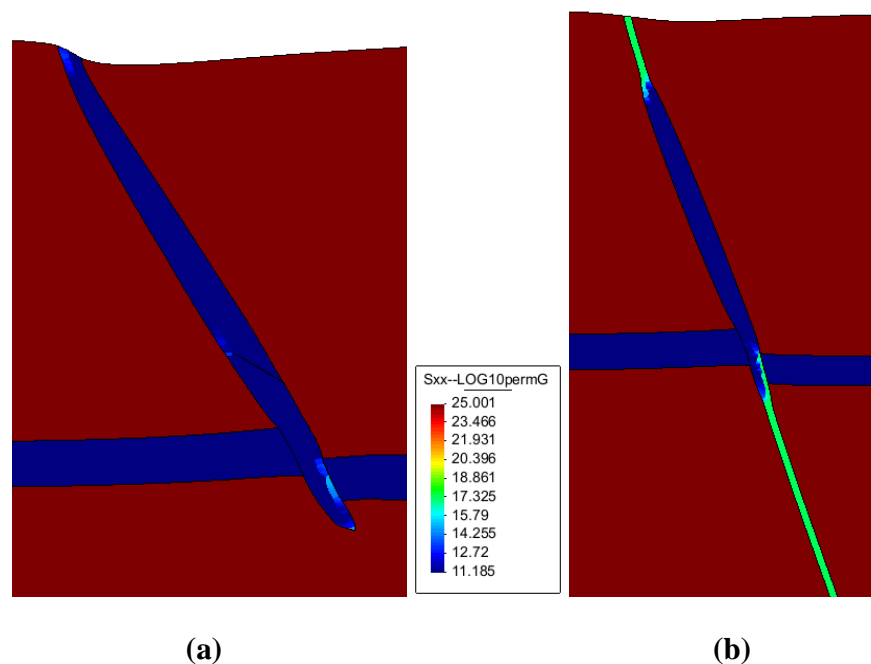
Inicialmente verifica-se o processo de reativação de cada falha, observando a plastificação do material de preenchimento delas. Como pode ser observado na Figura 106, ambas as falhas plastificam para a pressão de injeção adotada, porém a Falha 01 (mais próxima do poço injetor) apresenta a ocorrência de deformações plásticas cisalhantes em toda sua extensão (Figura 106a), tendo em vista a grande redução das tensões efetivas e conseqüente perda de resistência diante do excesso de pressões ocasionado pela injeção de fluidos. Já a Falha 02 (mais próxima do poço produtor) inicialmente não sofre plastificação, tendo em vista que sofre influência do reservatório sob produção primária, onde as tensões efetivas são maiores diante da perda de pressão na produção de fluido. Porém, após a reativação da Falha 01, o reservatório central é comunicado com o reservatório com injeção e o primeiro passa a ser pressurizado levando a Falha 02 a sofrer interferência da frente de injeção. Isto leva a plastificação da Falha 02, porém não em sua totalidade (Figura 106b), tendo em vista que as pressões não se desenvolvem com maior intensidade ao longo da sua extensão, pois, ao ser reativada comunica o reservatório central com o reservatório de produção, as pressões são dissipadas na direção do poço produtor.



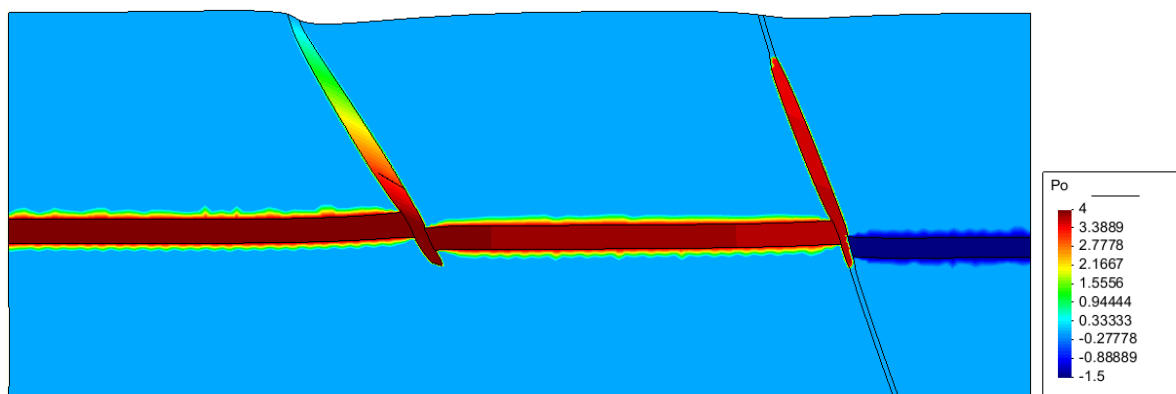
**Figura 106 – Deformação Plástica Cisalhante: (a) Falha 01; (b) Falha 02.**

Observa-se a reativação de ambas as falhas através da distribuição da permeabilidade, onde a lei de variação da permeabilidade aqui adotada é a Lei Linear, considerando a deformação plástica cisalhante limite de  $2,0 \times 10^{-3}$ . A Falha 01 (Figura 107a) é totalmente reativada e tem sua permeabilidade aumentada ao nível da permeabilidade do reservatório em quase toda sua extensão, com exceção de alguns elementos. A Falha 02 (Figura 107b) não é totalmente reativada e estabelece uma pequena seção de comunicação entre o reservatório central e o de produção, porém suficiente para que haja perda de pressão da falha e do reservatório central para o poço produtor.

Com isso o campo de pressões ao final da análise é o descrito na Figura 108, onde na Falha 01 a pressão é reduzida ao longo de sua altura, decorrente da compressibilidade do fluido e da comunicação entre os reservatórios, enquanto que a Falha 02 apresenta-se pressurizada com a perda de pressão para o poço produtor.



**Figura 107 – Permeabilidade Intrínseca: (a) Falha 01; (b) Falha 02.**



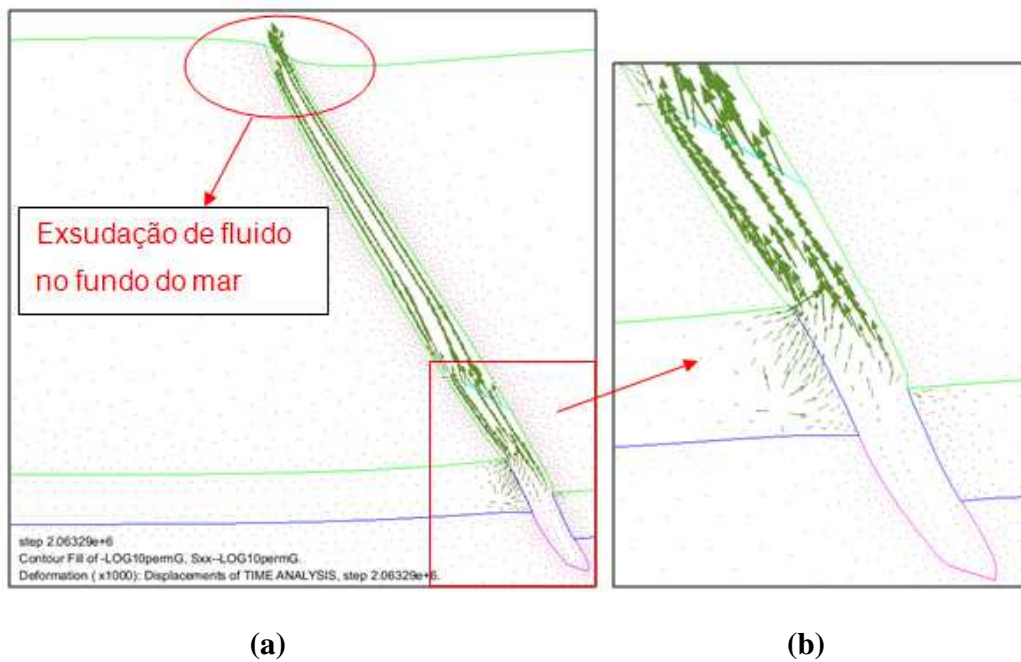
**Figura 108 – Pressão de Fluido.**

Quando a falha é reativada até o nível do fundo do mar, é estabelecido um fluxo de fluido ao longo desta (Figura 109), no sentido da superfície do fundo do mar, levando à exsudação de óleo (a ser representado em problemas bifásicos, mas aqui representado em um problema monofásico) no mar, o que consiste em um problema ambiental sério e provoca perda de efetividade no mecanismo de recuperação de óleo, diante da perda de fluido para o mar.

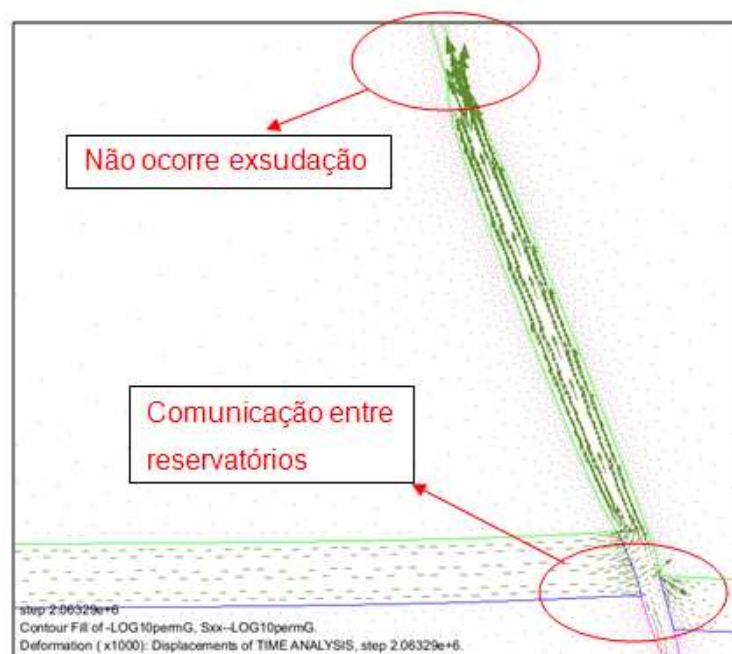
Um segundo problema a ser considerado consiste na possibilidade de ocorrer fraturamento hidráulico na seção da falha que termina no interior de uma rocha selante, pois, diante do fluxo de fluido e do excesso de pressão esta rocha pode fraturar e assim criar caminhos pelos quais o fluido pode migrar levando assim a um possível comprometimento do mecanismo de recuperação de fluido.

Já no caso da Falha 02, ocorre fluxo de fluido ao longo da estrutura de falha, porém este não atinge a superfície do fundo do mar, já que a falha não se reativa totalmente. Observa-se, na Figura 110, que há uma concentração de vetores de fluxo a partir da falha na direção do poço produtor, o que indica que existe uma pequena seção de comunicação entre o reservatório central e o de produção, decorrente da reativação da falha, pela plastificação de elementos nesta região.





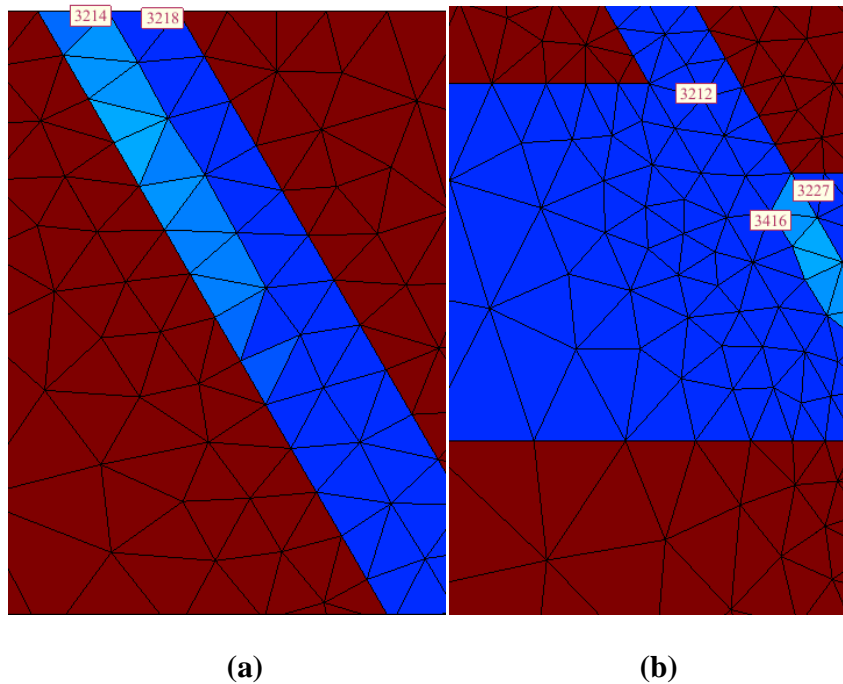
**Figura 109 – Vetores de Fluxo de Fluido na Falha 01: (a) Fluxo ao longo da falha com exsudação na superfície do fundo do mar; (b) Detalhe do fluxo no sentido do reservatório à falha.**



**Figura 110 – Vetores de Fluxo de Fluido na Falha 02.**

Passa-se então, ao estudo do comportamento mecânico da falha segundo seu estado de tensões e campo de deslocamentos. Para o primeiro estudo analisa-se cada falha isoladamente, tendo em vista que cada uma apresenta processos de reativação diferentes entre si.

Inicialmente analisa-se a Falha 01, verificando seu comportamento com base nas trajetórias de tensões efetivas e evolução temporal das deformações plásticas cisalhantes. Para isso definiram-se elementos da malha considerados importantes para tal análise devido a sua posição na falha, sendo eles descritos na Figura 111. A seleção destes elementos baseia-se nas zonas de aumento de permeabilidade e considera-se o topo da falha como uma região de grande importância, tendo em vista que é o local limitante entre a comunicação do reservatório com o mar, através da falha.

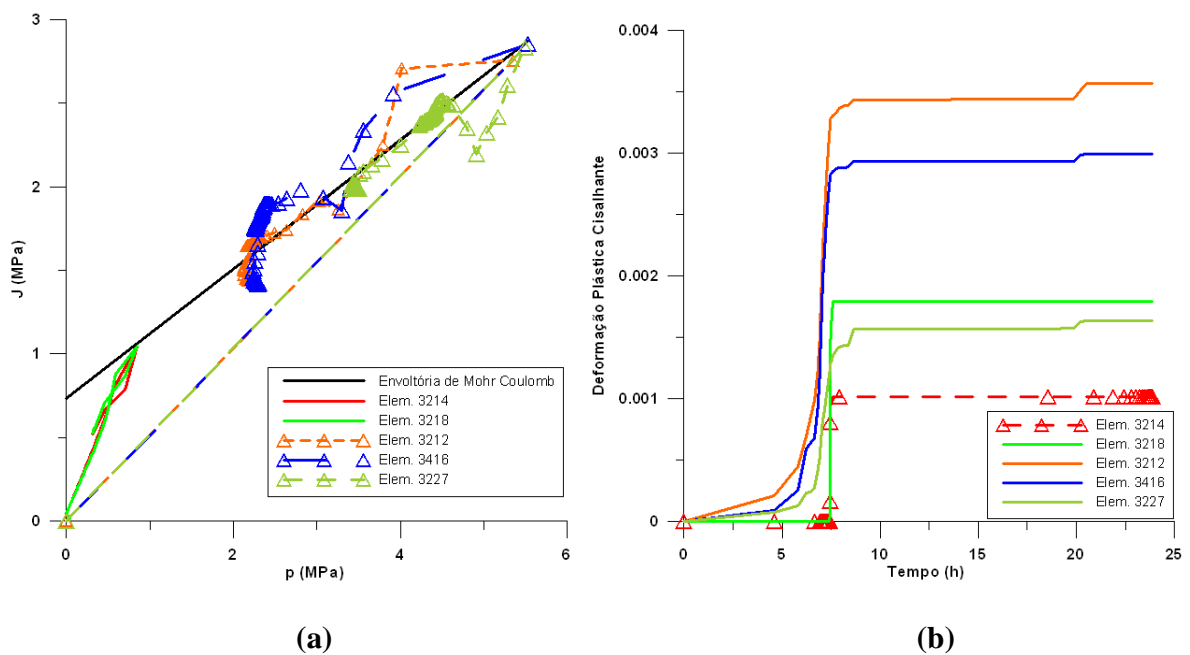


**Figura 111 – Elementos de análise da Falha 01: (a) Elementos do topo da falha; (b) Elementos da falha na região do reservatório.**

Portanto, apresentam-se na Figura 112a, para cada um dos elementos de análise, as trajetórias de tensões efetivas em termos da tensão média efetiva  $p$  e da tensão desviadora  $J$ . Já na Figura 112b mostram-se as deformações plásticas cisalhantes. Os elementos 3214 e 3218, localizados no topo da falha, têm sua trajetória de tensões tocando na envoltória de Mohr Coulomb para um

tempo de cerca de 7 horas, período para o qual estes plastificam e a partir daí atingem valores de deformação plástica cisalhante, constantes com o tempo. Com isso ambos os elementos reativam, porém, de acordo com seus níveis de plastificação, o elemento 3218 tem uma maior variação da permeabilidade que o elemento 3214. Logo, os elementos sofrem um aumento de pressões e as tensões efetivas diminuem o que leva a uma queda das trajetórias de tensões.

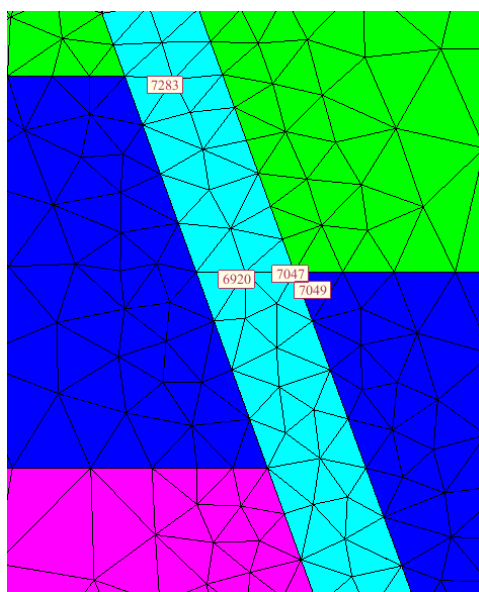
A reativação da falha tem início pelos elementos 3416 e 3212, e a partir destes se estende ao restante da falha. Isto pode ser observado através das trajetórias de tensões que tocam a envoltória de Mohr para um tempo de 1010 segundos (em torno de 0,01 horas), e a partir daí tem uma redução nos seus valores de tensões efetivas decorrente da pressurização, pelo aumento da permeabilidade e entrada de fluido de injeção. Observa-se que, devido à adoção da viscoplasticidade, as tensões se localizam (em alguns instantes da simulação) à esquerda e acima da envoltória de Mohr, e isto se dá pela utilização da regra de fluxo do modelo de Perzyna. Ambos os elementos plastificam a partir de 0,01 horas e atingem os maiores patamares de deformação plástica cisalhante entre todos os elementos, o que leva a um aumento da permeabilidade em maior valor que os demais.



**Figura 112 – Análise da Falha 01: (a) Trajetórias de Tensões; (b) Plastificação dos Elementos.**

Por fim, o elemento 3227 corresponde ao primeiro elemento da falha em contato com o reservatório central a reativar-se, tendo um caminho inicial das tensões semelhante aos dos elementos 3416 e 3212. Mas, como os elementos vizinhos reativam rapidamente, este sofre pressurização e redução em suas tensões efetivas, que posteriormente aumentam quando há a comunicação entre os reservatórios e conseqüente redução da pressão no interior da falha. Portanto todos os elementos comportam-se elásticamente até certo instante, quando então atingem a envoltória de Mohr e passam a apresentar uma resposta viscoplástica, e com isso todos os elementos plastificam, porém apenas os elementos 3212 e 3416 a níveis maiores que o valor da deformação plástica cisalhante limite da Lei Linear de Permeabilidade.

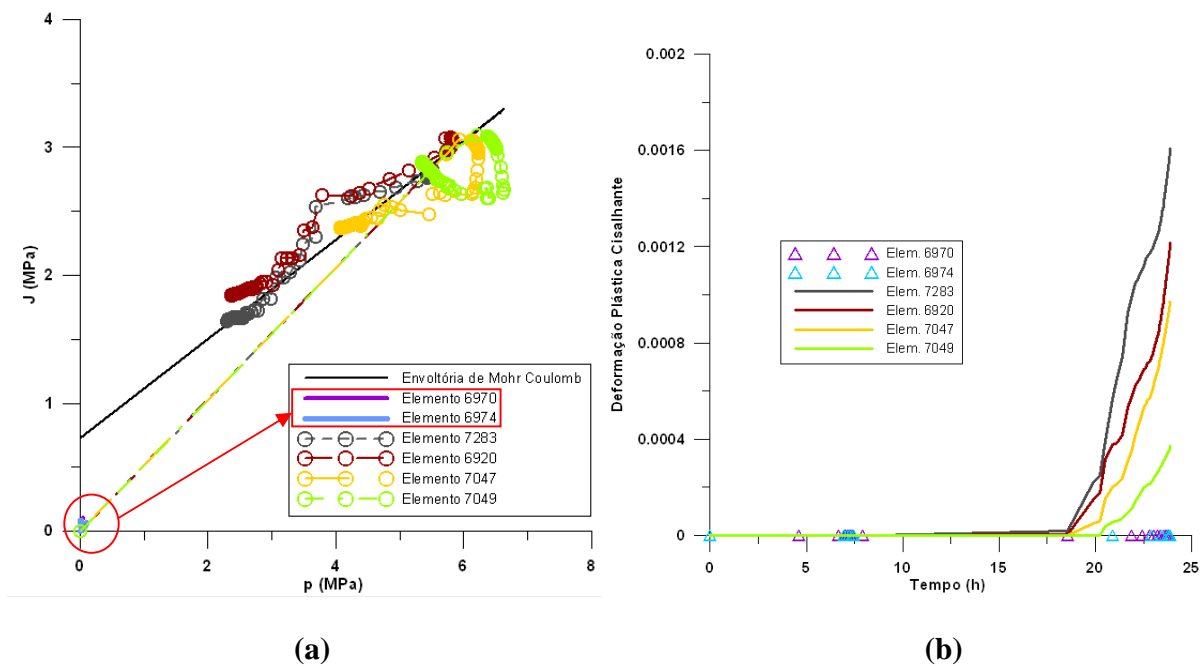
No caso da Falha 02 os elementos selecionados, adotando o mesmo critério de seleção empregado na Falha 01, encontram-se mostrados na Figura 113.



**Figura 113 – Elementos de Análise da Falha 02.**

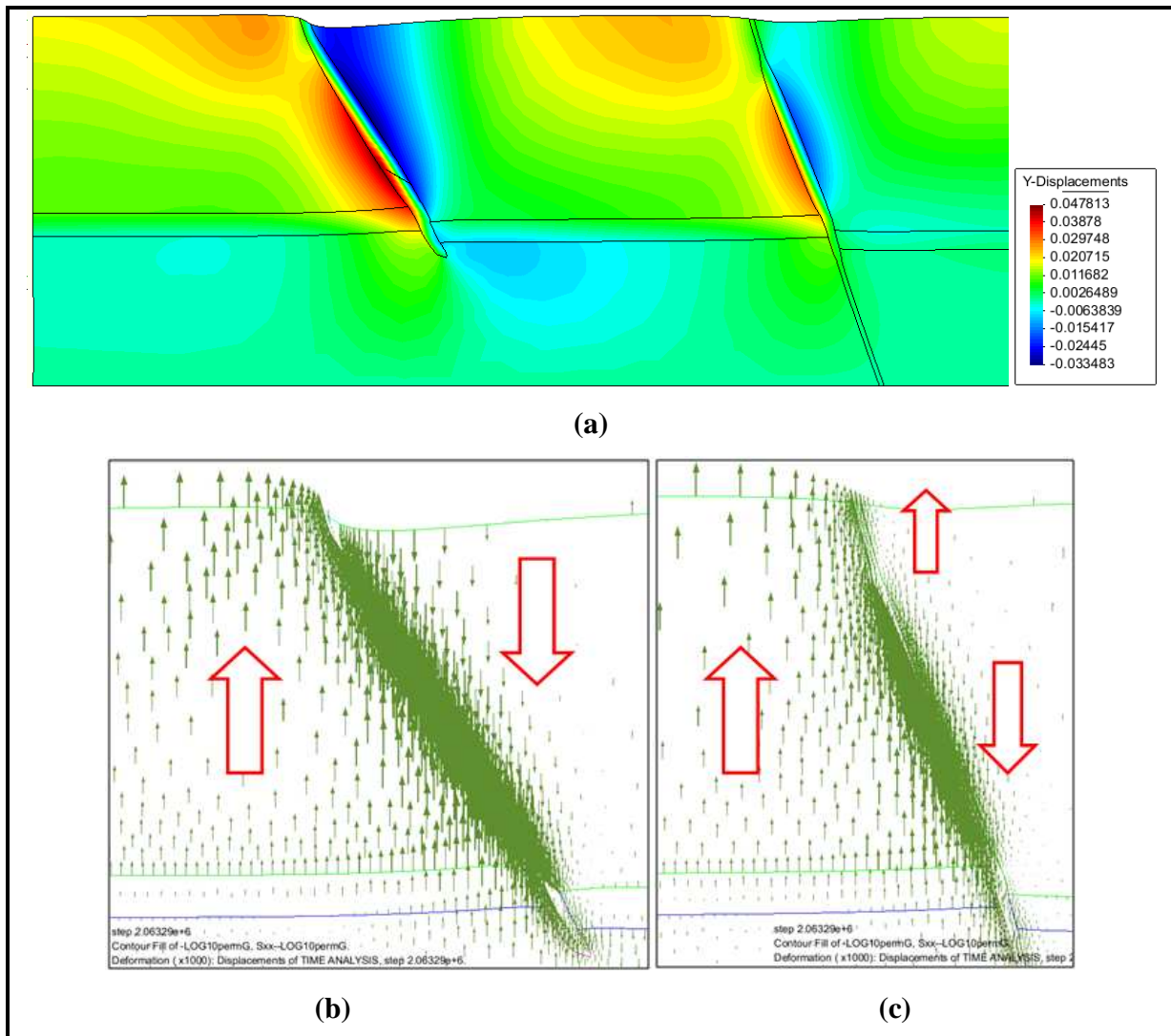
Além dos elementos apresentados na Figura 113, analisaram-se também os elementos 6970 e 6974, localizados no topo da falha. As trajetórias de tensões e a evolução das deformações plásticas cisalhantes estão mostradas na Figura 114.

Com relação aos elementos 6970 e 6974, estes apresentaram um estado de tensões elástico, longe de atingir a envoltória de Mohr e não sofrem deformação plástica cisalhante. Já os elementos 6920 e 7283 (no lado esquerdo da falha), são, entre os elementos de análise, os primeiros a apresentarem uma resposta viscoplástica, ou seja, sua trajetória de tensões atinge a envoltória de Mohr, para um tempo de 17 horas, e os elementos plastificam levando ao aumento da permeabilidade, porém o comportamento dos elementos 7047 e 7049 é similar ao descrito anteriormente.



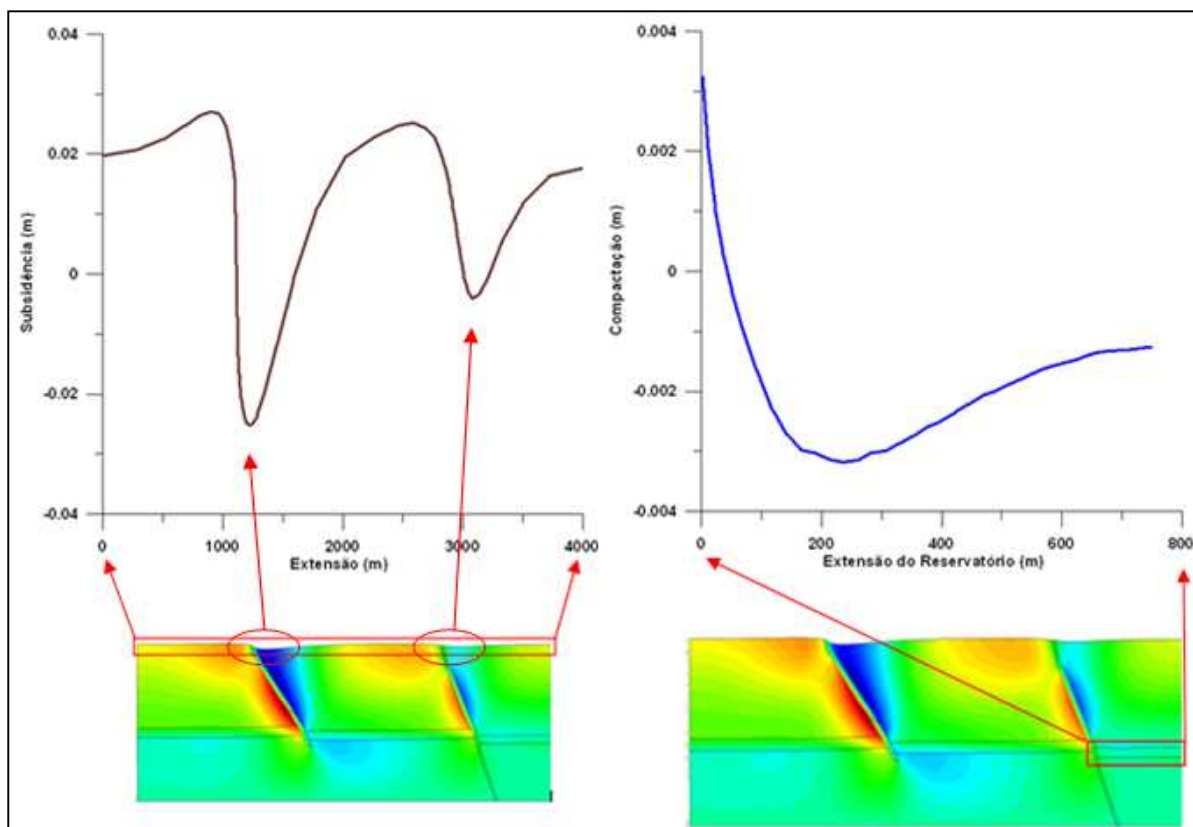
**Figura 114 – Análise da Falha 02: (a) Trajetórias de Tensões; (b) Plastificação dos Elementos.**

Diante dos resultados até aqui apresentados e discutidos, finaliza-se o estudo deste caso através da análise do campo de deslocamentos do problema. Na Figura 115a mostram-se os deslocamentos verticais em todo o campo, onde valores negativos indicam compressão. É possível verificar, visualmente, o aumento do rejeito entre os reservatórios. Observa-se que as falhas apresentam deslocamentos no sentido de expansão em seu lado esquerdo e de compressão em seu lado direito, o que representa o deslizamento entre as camadas de rochas separadas pela falha, mecanismo este característico da reativação das falhas normais (Figuras 115b e 115c).



**Figura 115 – Deslocamentos Verticais: (a) Campo de deslocamentos; (b) Vetores de deslocamentos na Falha 01; (c) Vetores de deslocamentos na Falha 02.**

Por fim apresentam-se os perfis de subsidência da superfície do campo (Figura 116a) e da compactação do compartimento do reservatório que contém o poço injetor (Figura 116b). Verifica-se que nas zonas da superfície do fundo do mar sobre as falhas, a subsidência ocorre no sentido de afundamento (compressão), principalmente sobre a Falha 01, devido ao mecanismo de reativação mais intenso. Já no perfil de compactação, observa-se que o topo do reservatório sobre o poço produtor, localizado a 215 metros de distância da falha, sofre compactação.



(a)

(b)

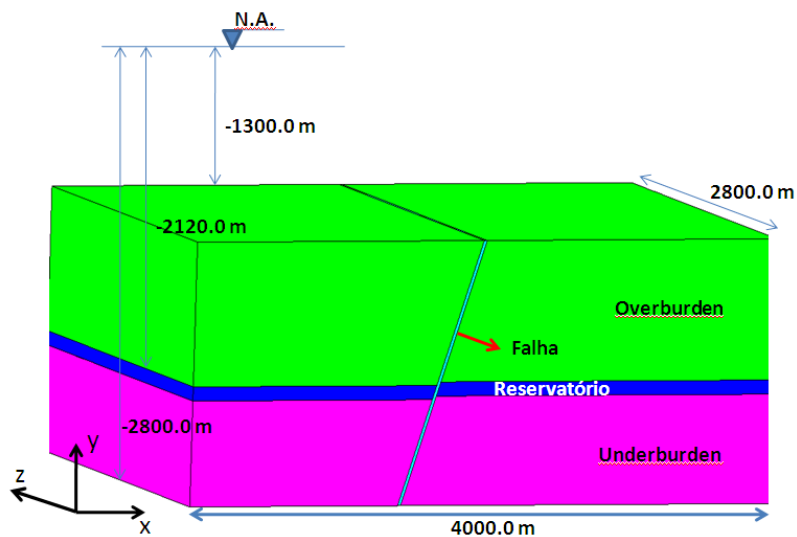
**Figura 116 – Deslocamentos verticais: (a) Subsidência da superfície do campo; (b) Compactação do reservatório com poço injetor.**

#### ***5.2.4 Comparativo entre problemas sintéticos Bi e Tridimensionais – efeito da dimensão espacial no processo de reativação de falhas***

Muitas vezes simplificam-se as simulações de certos problemas através da adoção de um modelo bidimensional levando à redução do custo computacional da análise. Porém, é importante verificar as conseqüências disso sobre os resultados do problema, observando assim a viabilidade de se obter uma resposta mais rápida, porém com uma solução não tão complexa quanto à obtida por uma simulação tridimensional.

Com isso se se propõem simular fluxo monofásico com acoplamento geomecânico para dois casos de um mesmo campo de petróleo, com mesmas dimensões e localização da falha e mesmas propriedades mecânicas e hidráulicas, porém sendo um deles bidimensional e o outro tridimensional. O objetivo consiste em comparar os resultados obtidos para ambas as situações, para um mesmo instante de tempo, de forma a observar qualitativamente a influência da dimensão espacial do problema, bem como aplicar o programa CODE\_BRIGHT, considerando a formulação e acoplamento desenvolvidos neste trabalho, a problemas de grandes escala envolvendo pequenas deformações.

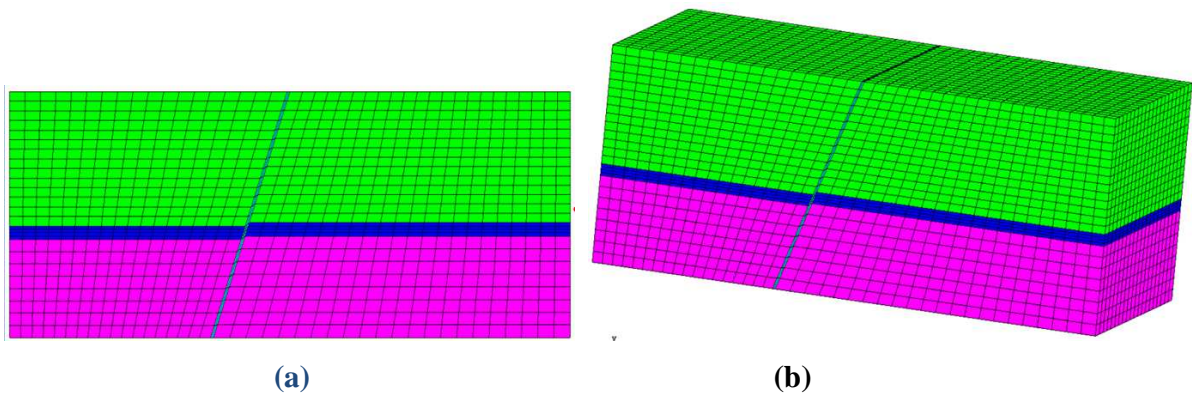
A Figura 117 apresenta a geometria tridimensional do problema, com as respectivas dimensões, onde para o caso bidimensional basta somente considerar as dimensões do plano xy.



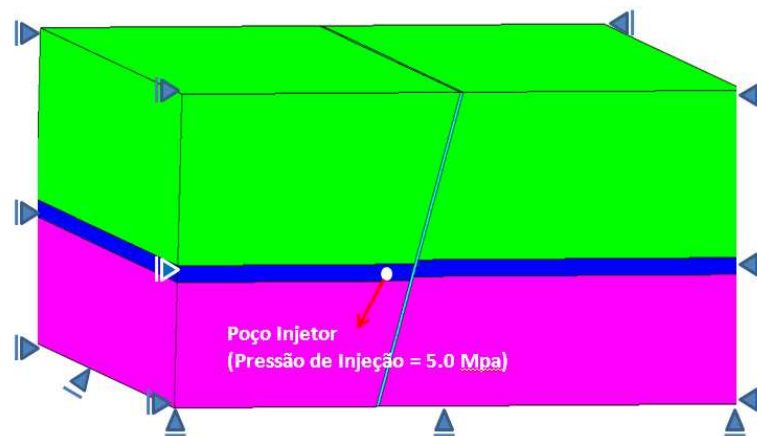
**Figura 117 – Geometria do Problema.**

Para a comparação entre os dois casos utiliza-se uma malha de elementos finitos estruturada considerando elementos tipo quadrilátero de 4 nós para o problema 2D, totalizando 1161 nós e 1092 elementos (Figura 118a), e hexágonos de 8 nós para o caso 3D, com um total de 24381 nós e 21840 elementos (Figura 118b), de forma que, no plano xy, ambas as malhas obtidas coincidem. Localiza-se o poço injetor em nós equivalentes, para os casos, a uma distância de 277 m do eixo da falha, em uma mesma profundidade, operando a uma pressão de injeção de 5,0 MPa. Isto, juntamente com as condições de contorno mecânicas podem ser observados na Figura 119.





**Figura 118 – Malha de Elementos Finitos: (a) problema bidimensional; (b) problema tridimensional.**

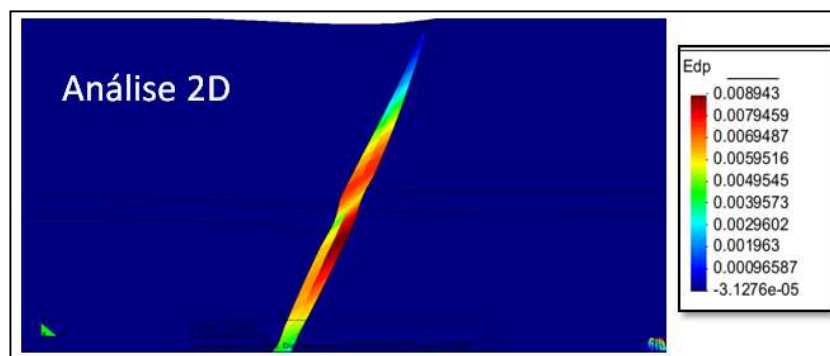
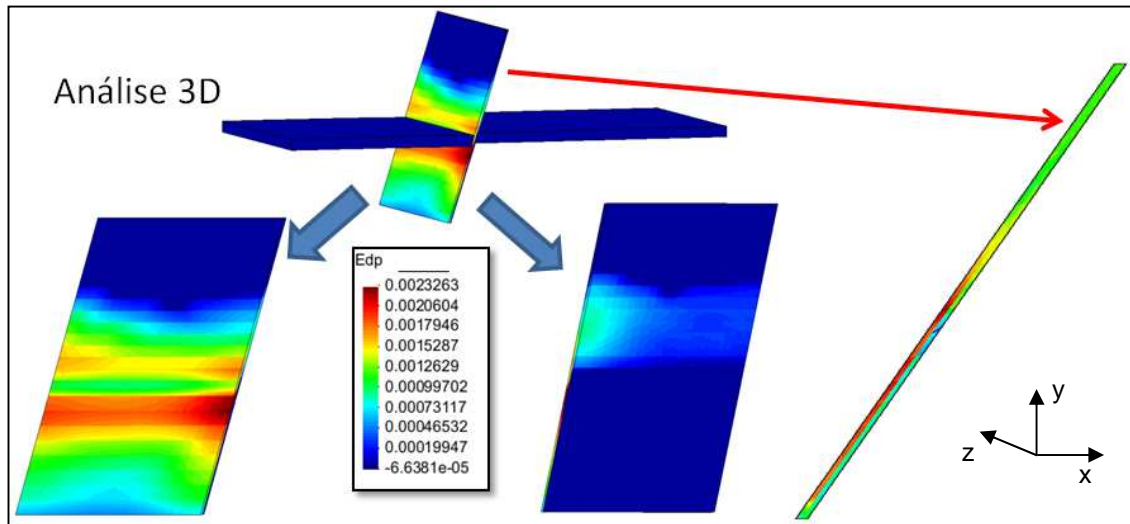


**Figura 119 – Condições de Contorno.**

As propriedades da rocha adotadas para este problema consistem nas mesmas empregadas no caso do item anterior descritas na Tabela 9. O mesmo vale para as propriedades do fluido.

Partindo-se então para as análises, é possível verificar na Figura 120 que a plastificação da falha ocorre em toda sua extensão, para ambos os casos, porém com valores diferentes entre si. A Figura 120a apresenta a distribuição da deformação plástica cisalhante ao longo da falha, para o caso tridimensional (as camadas do *overburden* e *underburden* não são mostradas), em ambas as faces (esquerda e direita), onde se observa a plastificação do plano falha ao longo do eixo z, sendo esta mais intensa que no lado direito da falha, tendo em vista que está submetida a um maior nível de pressão. A plastificação do lado direito da falha é um indicador de uma possível

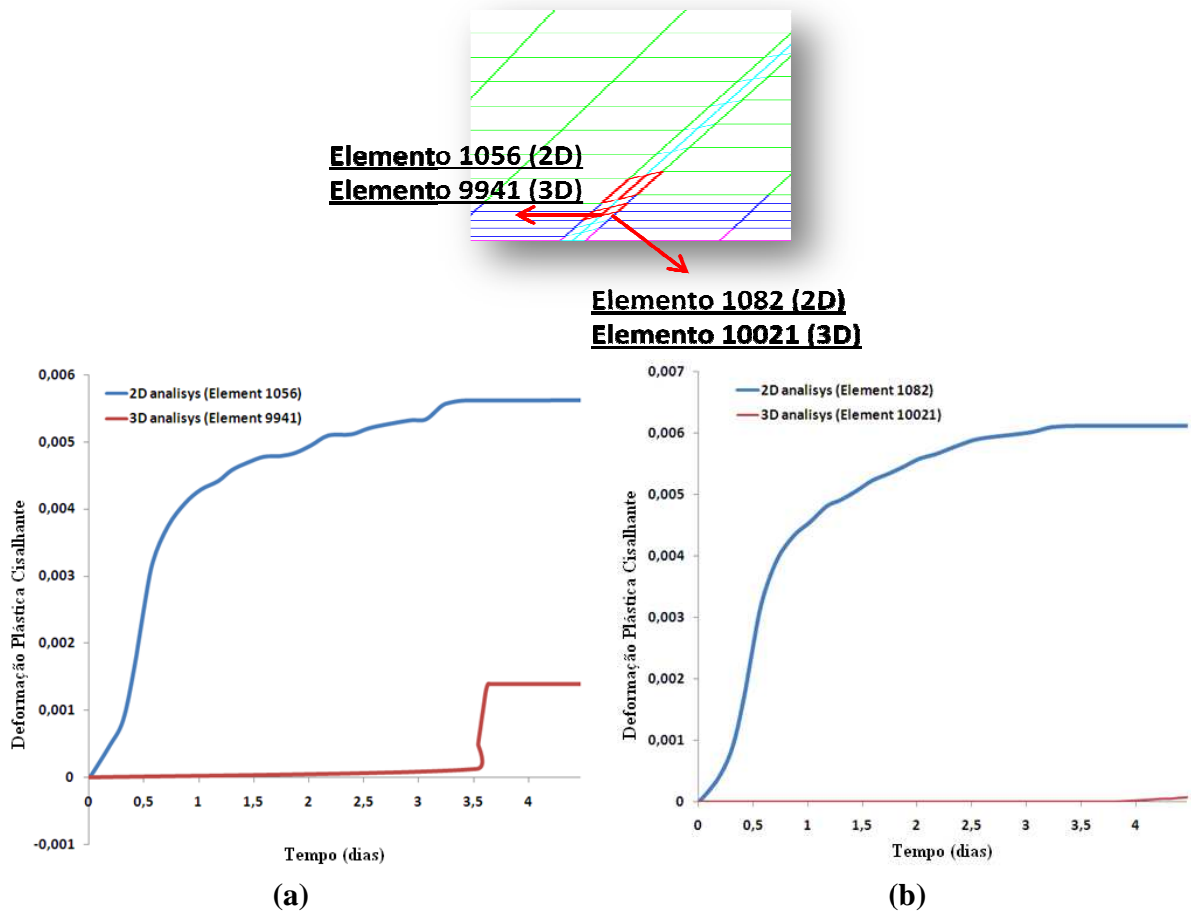
reativação da seção da falha o que deve ser confirmado ao analisar-se a variação de permeabilidade.



**Figura 120 – Deformação Plástica Cisalhante: (a) Análise tridimensional; (b) Análise Bidimensional.**

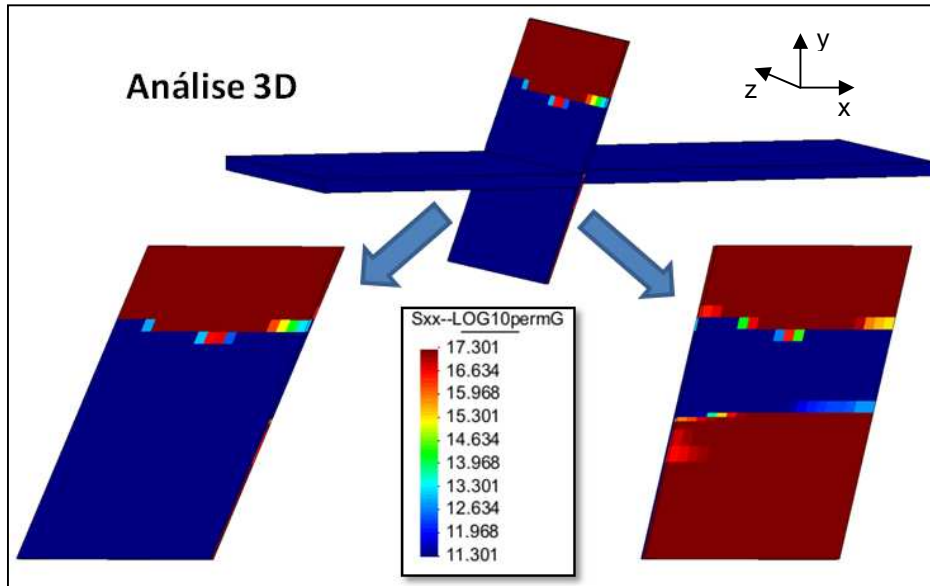
Um comparativo entre a evolução com o tempo, da plastificação da falha para elementos equivalentes para cada caso, pode ser visto nas Figuras 121a e 121b que mostram que para o caso bidimensional a falha plastifica rapidamente em ambos os elementos (lado esquerdo e direito). Já no problema tridimensional o elemento na face esquerda da falha plastifica de forma suave ao longo do tempo até que, pela perda de resistência do material, sofre uma plastificação brusca até atingir a total reativação, mas bem inferior ao nível atingido na simulação

bidimensional. Para o elemento à direita da falha, a plastificação é muito pequena e o elemento não plastifica em nível considerável.

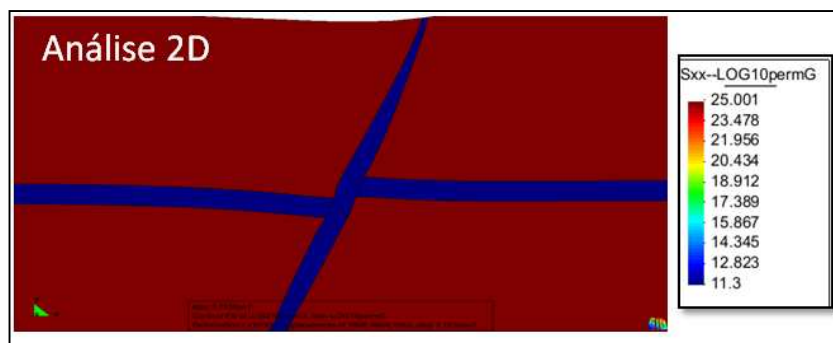


**Figura 121 – Comparação da evolução da deformação plástica cisalhante com o tempo: (a) Elementos a esquerda da falha; (b) Elementos a direita da falha.**

Observa-se a distribuição da permeabilidade para ambos os casos, bi e tridimensional, na Figura 122, onde para o caso tridimensional a falha sofre reativação em quase sua totalidade no seu plano esquerdo enquanto que no direito a reativação segue aproximadamente a área plastificada, mostrada anteriormente. No caso bidimensional toda a falha é reativada, ou seja, a permeabilidade é aumentada em toda sua extensão.



(a)

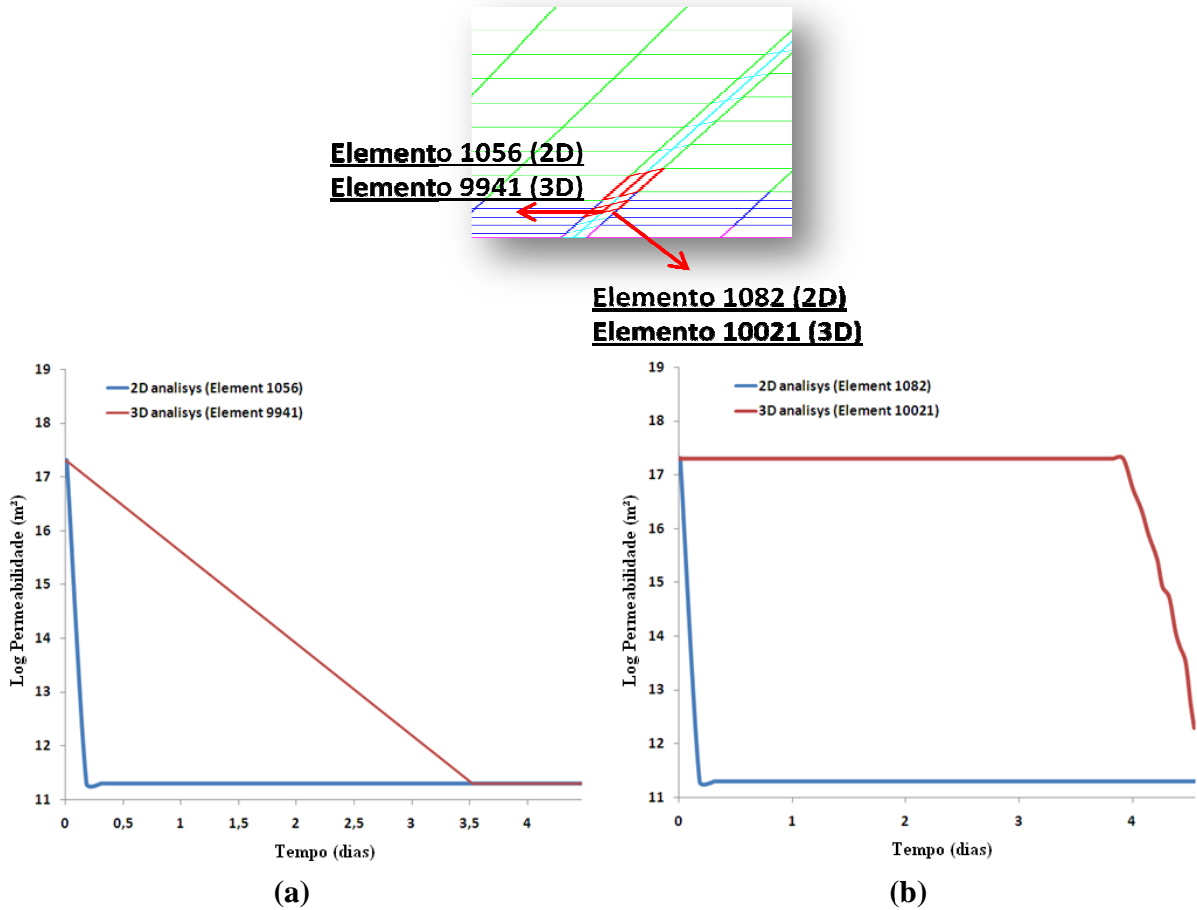


(b)

**Figura 122 – Permeabilidade Intrínseca: (a) Análise tridimensional; (b) Análise Bidimensional.**

Observa-se a diferença dos resultados para os dois modelos nos gráficos de variação da permeabilidade com o tempo (Figura 123), onde para o problema bidimensional os elementos da falha (esquerdo e direito) sofrem um aumento brusco da permeabilidade indicando um rápido processo de reativação. Já no caso tridimensional a falha se reativa na região do elemento esquerdo (elemento 9941), porém de forma mais lenta que no caso bidimensional. Já o elemento da direita da falha (elemento 10021) tem sua permeabilidade alterada, mas não ao nível de uma completa reativação do elemento, e isto está relacionado com a intensidade da plastificação que este elemento apresenta, sendo esta inferior à do elemento à esquerda da falha. Isto leva a mais

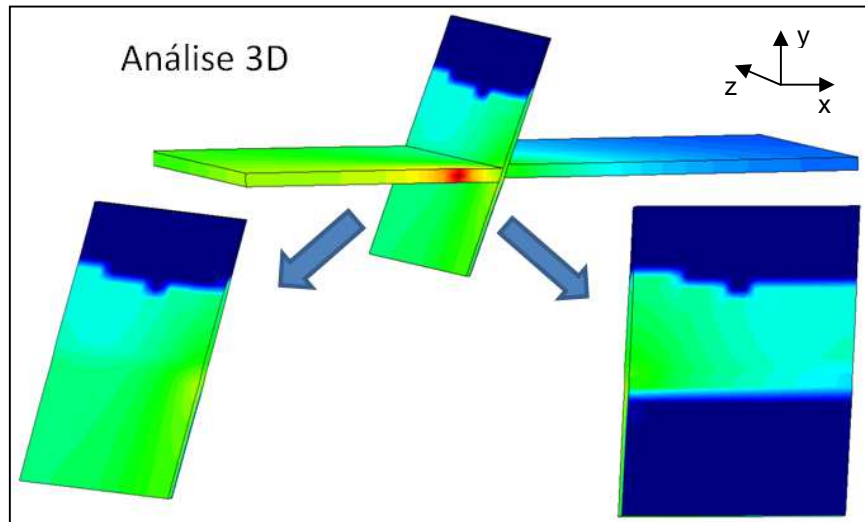
uma diferença entre os modelos 2D e 3D, pois neste caso o processo de reativação do elemento 1056 é praticamente o mesmo que o do elemento 1082.



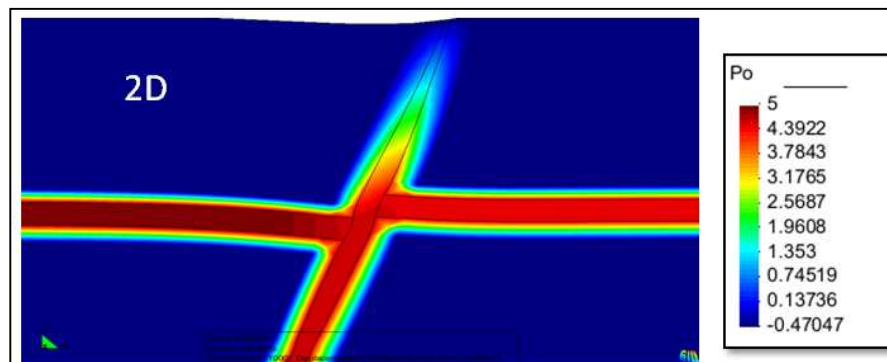
**Figura 123 – Comparação da evolução da permeabilidade com o tempo: (a) Elementos a esquerda da falha; (b) Elementos a direita da falha.**

A Figura 124 mostra a distribuição da pressão ao longo do reservatório e da falha, onde no caso bidimensional tanto a falha quanto o reservatório antes compartimentado são totalmente pressurizados. Na análise tridimensional o fluido de injeção encontra um volume maior tanto do reservatório quanto da falha e por isso não há uma pressurização aos níveis atingidos no caso 2D. Este consiste em um dos fatores responsáveis pela diferença no processo de reativação entre os dois tipos de simulação, tendo em vista que no caso bidimensional o reservatório onde o poço injetor está localizado é rapidamente pressurizado e o efeito disto sobre a falha também é

rápido, ao contrário do caso tridimensional, no qual tanto a pressurização do reservatório quanto da falha é lenta.



(a)

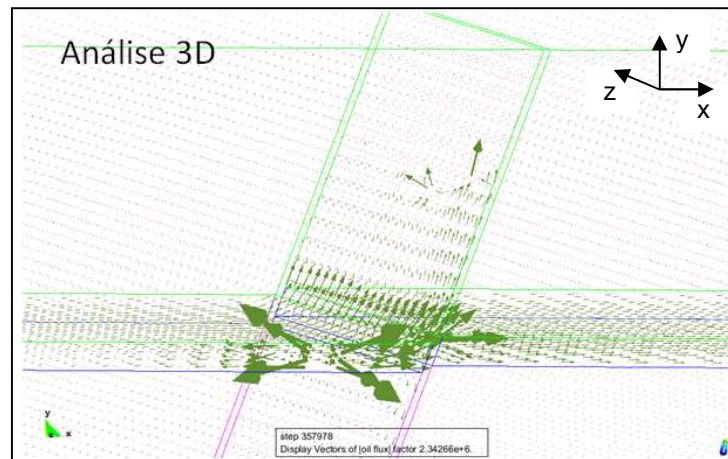


(b)

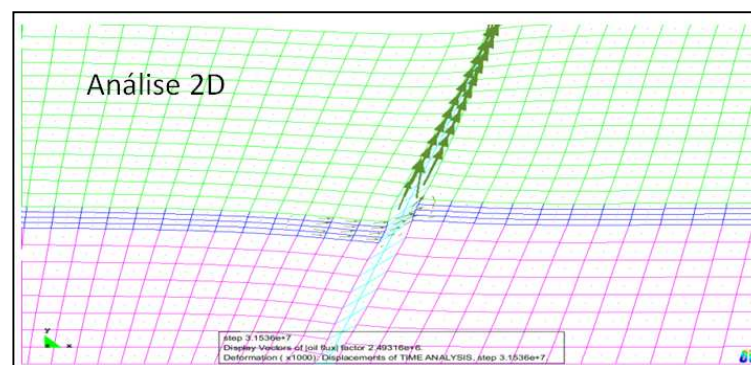
**Figura 124 – Pressão (MPa): (a) Análise tridimensional; (b) Análise Bidimensional.**

Logo, na Figura 125 observa-se o deslocamento do fluido no interior do reservatório e ao longo da falha, através dos vetores de fluxo. No caso tridimensional o fluido se desloca no sentido de ambos os compartimentos do reservatório e seguem um caminho de ascensão na falha, porém não alcança a superfície do fundo do mar devido ao fato de que não ocorreu uma reativação da falha por completo. Ao contrário disso, no caso bidimensional ocorre perda de fluido ao longo da falha no sentido da superfície do fundo do mar. Com isso verifica-se a exsudação de fluido no mar o que leva a sérios problemas ambientais bem como prejudica o

mecanismo de recuperação de fluido devido à perda de pressão de injeção pela falha. Portanto, ao se fazer uma simulação bidimensional consegue-se uma solução com um fator de segurança mais elevado, quanto à reativação, porém que limita a adoção de níveis de pressão mais elevados e eficazes na recuperação de óleo.



(a)



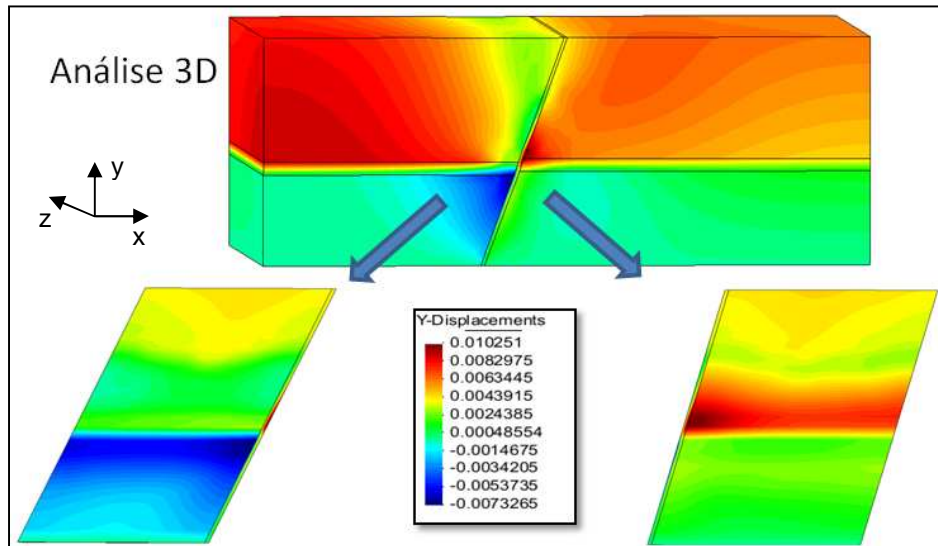
(b)

**Figura 125 – Vetores de Fluxo: (a) Análise tridimensional; (b) Análise Bidimensional.**

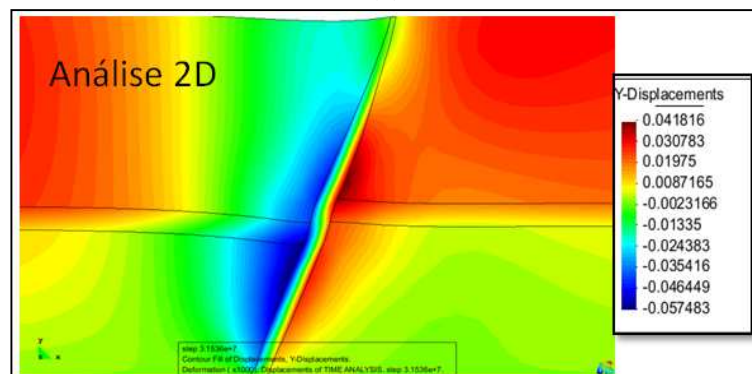
A reativação da falha pode ser observada também por meio dos deslocamentos verticais, onde o processo de deslizamento, da falha do tipo normal, leva à compressão nas camadas à esquerda da falha e expansão nas camadas à direita da falha o que leva ao aumento do rejeito já existente.

Isto não ocorre por completo no caso tridimensional, pois a falha não se reativa totalmente e não ocorre o deslizamento relativo entre todas as camadas de rocha à esquerda e à direita da

falha (Figura 126a), enquanto que no caso bidimensional este fenômeno é mais intenso. Os valores negativos indicam deslocamento no sentido de compressão (para baixo) e o oposto ocorre para valores positivos.



(a)

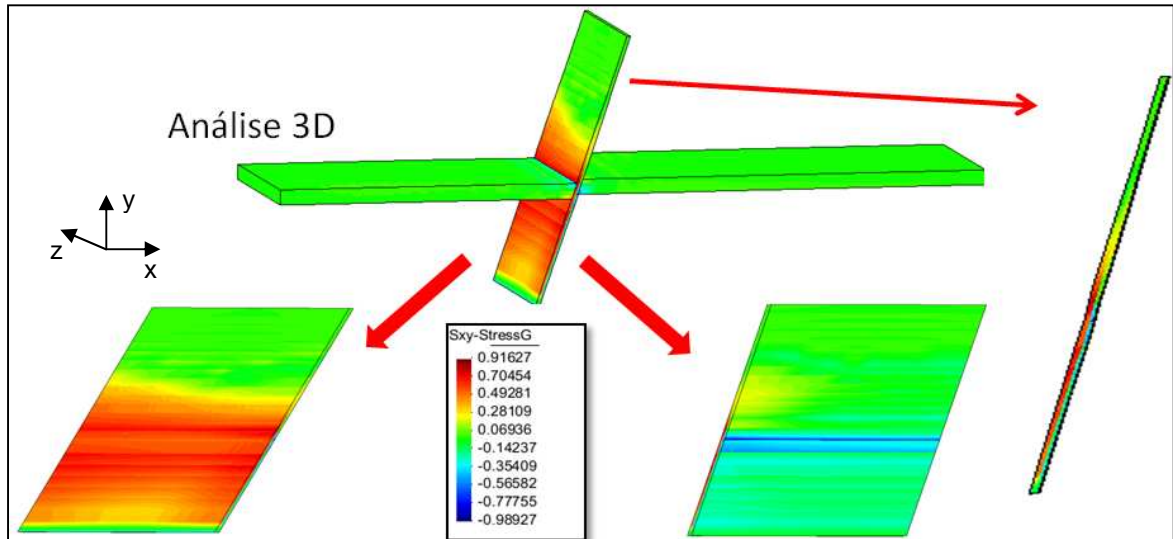


(b)

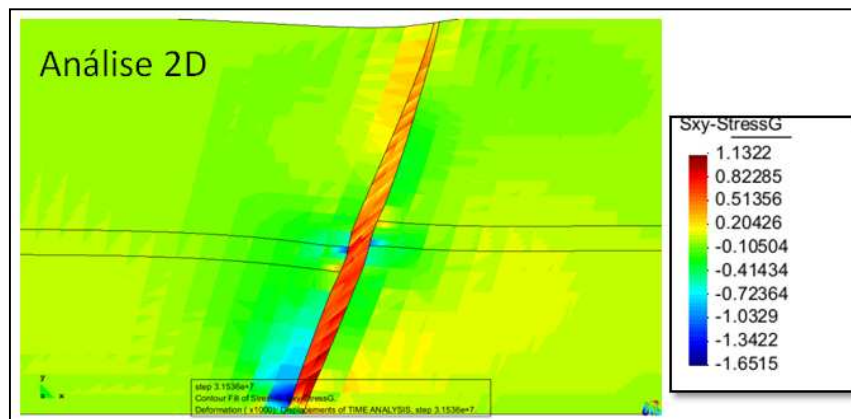
**Figura 126 – Deslocamento Vertical: (a) Análise tridimensional; (b) Análise Bidimensional.**

Finalmente, a Figura 127 mostra as tensões cisalhantes ao longo da falha, para ambos os casos, onde se observa que no caso bidimensional toda a falha apresenta uma tensão de cisalhamento elevada. Já no problema tridimensional a falha não apresenta cisalhamento em toda sua extensão, o que implica em uma reativação limitada.





(a)



(b)

Figura 127 – Tensão de Cisalhamento: (a) Análise tridimensional; (b) Análise Bidimensional.

# CAPÍTULO 6

## CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho foi desenvolvido mediante estudo de formulações matemáticas que representam tanto o comportamento físico do movimento dos fluidos (problema hidráulico) quanto o deformacional das rochas (problema mecânico). Diante disso surgiram necessidades de um estudo mais detalhado das leis constitutivas que regem estes fenômenos e, por fim, formulou-se matematicamente o acoplamento físico entre os problemas.

Assim empregaram-se os modelos de plasticidade de Cam Clay Modificado e de Mohr Coulomb para os problemas de compactação e reativação de falhas, respectivamente, que se mostraram bastante representativos quanto à resposta mecânica das rochas.

Outro estudo necessário foi o relativo à formulação numérica de forma a identificar as estratégias a serem usadas no desenvolvimento do programa em elementos finitos CODE\_BRIGHT, no sentido de definir a formulação de fluxo bifásico mais adequada, tendo em vista que, diante dos fatos apresentados na literatura, o método dos elementos finitos apresenta algumas limitações numéricas para a solução deste tipo de problema. Frente a isto foi aqui proposta uma técnica de estabilização numérica para o problema de fluxo bifásico (água e óleo), validada para um problema clássico de Buckley Leverett, bem como se analisou a influência da difusão física dada ao fenômeno de fluxo quando se adota o termo de pressão capilar.

Adotou-se, para o problema de fluxo de fluido, uma formulação clássica do tipo pressão-saturação, onde as incógnitas do problema são a saturação de água e a pressão de óleo. Quanto à técnica de estabilização aqui desenvolvida e proposta, esta se mostrou eficiente para eliminar os problemas de oscilações numéricas, sem perda de aproximação física dos resultados, para os problemas aqui considerados e verificou-se que a adoção de termos difusivos (capilaridade) leva a uma maior estabilidade numérica, pois levam a suavização da frente de saturação na região do choque, mas podem induzir a um avanço da frente.

Assumiu-se uma estratégia de acoplamento definida como seqüencial implícito, onde os problemas são resolvidos simultaneamente em um mesmo passo de tempo até ambos atingirem a convergência. Mostrou-se um acoplamento efetivo para os problemas nos quais o programa foi empregado, fornecendo respostas condizentes com soluções analíticas e numéricas disponíveis na literatura.

Foram estudados ainda problemas sintéticos ligados a fenômenos de compactação e subsidência, bem como de reativação de falhas selantes.

Quanto ao primeiro tipo destes problemas, conclui-se que a consideração de um acoplamento hidro-geomecânico, para análises de efeitos de produção de hidrocarbonetos em reservatórios de petróleo, é de grande relevância tendo em vista seus efeitos sobre a produção de fluido e no comportamento mecânico das rochas, e seus conseqüentes riscos.

Ao adotar-se um modelo constitutivo mecânico que limita o estado de tensões, ou seja, adotando modelos de plasticidade, como o CamClay Modificado, os fenômenos de compactação e seu impacto sobre o aumento da produção de fluidos são mais representativos, que na adoção de modelos elásticos ou modelos sem acoplamento que consideram apenas a compressibilidade da rocha.

A formulação seqüencial implícita levou a resultados precisos, tendo em vista que as equações de fluxo e mecânicas são resolvidas e atualizadas via variáveis de acoplamento, ou seja, permeabilidade e porosidade, no mesmo passo de tempo.

Já com relação ao problema de reativação de falhas, verificou-se que a pressurização do reservatório altera o comportamento mecânico das rochas, levando a plastificação da falha. Com isso ocorre uma conseqüente reativação da falha e as pressões se distribuem ao longo de sua extensão, gerando um gradiente hidráulico no sentido do topo da falha (superfície do fundo do mar), o que provoca a migração de fluido ao longo da falha no sentido do gradiente.

Com a ocorrência das deformações plásticas, a falha é reativada em função da deformação plástica cisalhante, aumentando a permeabilidade. Diante do comportamento do campo investigado e da falha, observa-se a relevância da influência do nível de pressão adotado na injeção de fluido, onde a consideração da geomecânica é indispensável para a modelagem de fenômenos como a compactação de reservatórios e ativação de falhas.

A lei de variação de permeabilidade em função das deformações plásticas cisalhantes, considerando um limite máximo da deformação plástica cisalhante mostrou-se uma relação importante na determinação do processo de reativação.

A princípio não há um modelo constitutivo mecânico capaz de reproduzir a complexidade das respostas do comportamento tensão-deformação das rochas. Cada família de modelos (ex: dano/plasticidade) realça um determinado tipo de comportamento que deve ser corretamente identificado para que a modelagem seja consistente com a situação observada em campo.

A consideração de campos tridimensionais permitiu verificar a influência deste tipo de análise sobre as simulações bidimensionais, demonstrando o impacto desta simplificação em uma análise tão complexa. A consideração de um problema bidimensional leva a altos fatores de segurança, o que pode vir a limitar uma ação mais efetiva no processo de recuperação ao adotarem-se níveis mais elevados de pressão de injeção.

O modelo constitutivo mecânico de Mohr Coulomb mostrou-se bastante eficiente na representação da propagação da reativação ao longo de toda a falha. Demonstra-se isto no trabalho de Guimarães *et al* (2009), ao se comparar o processo de reativação de falhas considerando dois modelos constitutivos mecânicos diferentes para o material de preenchimento da falha, sendo eles o modelo de plasticidade de Mohr Coulomb e o de dano contínuo isotrópico.

A simulação do comportamento constitutivo de falhas selantes é essencial para determinar a possibilidade de reativação, especialmente durante o processo de injeção de água e consequente pressurização do reservatório, que pode causar problemas econômicos bem como danos ambientais. Em reservatórios de óleo com possibilidade de reativação de falhas, a definição da máxima pressão de injeção durante o mecanismo de recuperação por injeção pode ser seguramente determinada somente se considerada uma análise com acoplamento hidro-geomecânico considerando modelos realistas do comportamento constitutivo dos materiais.

Finalmente, observou-se a existência de grandes incertezas nos problemas analisados, onde parâmetros que merecem maior destaque são as deformações plásticas cisalhantes máximas empregadas na lei de variação da permeabilidade do modelo mecânico de reativação de falha, os parâmetros de coesão e ângulo de atrito para as rochas, o parâmetro de regularização viscosa de

Perzyna, a influência da compressibilidade dos fluidos nas respostas mecânicas, a adoção ou não de zonas de dano e núcleo na formulação do problema físico de reativação de falhas.

Pode-se considerar como sugestões para desenvolvimento deste trabalho análises de sensibilidade envolvendo os parâmetros anteriormente descritos, adotando para isso processos estatísticos.

Adotando-se a estrutura da formulação bifásica empregada neste trabalho, pode-se estender o programa CODE\_BRIGTH a um simulador *Black-Oil* com acoplamento geomecânico.

Pode-se ainda, considerar a implementação de um modelo de Mohr Coulomb com Cap para a análise da compactação de reservatório, comparando suas respostas com as apresentadas adotando-se o modelo de Camclay Modificado.

Outra perspectiva na extensão deste trabalho consiste na implementação da técnica de estabilização numérica do problema de fluxo bifásico descrita no Capítulo 3 e proposta por Helmig (1997), de forma a verificar o seu impacto nas respostas do programa CODE\_BRIGTH e compará-las com as soluções obtidas utilizando a técnica aqui proposta. Seria também conveniente adotar técnicas de estabilização de ordem alta, tendo em vista que estas relacionam melhor a solução com oscilações espúrias na zona de choque com a solução de técnicas de primeira ordem.

É ainda importante aplicar o programa com a formulação aqui empregada, a problemas de simulação de reservatórios de grande escala, de forma a verificar sua aplicabilidade no que se refere ao tempo de processamento, por exemplo. Por fim, recomenda-se aplicar a formulação a um número maior de problemas de forma a verificar suas vantagens e limitações, para assim efetuar melhoras e ajustes.

No que se refere ao problema de reativação de falhas é interessante adotar um tensor de permeabilidade anisotrópico, considerando diferentes permeabilidades do material de preenchimento da falha ao longo de sua extensão e na direção do eixo do reservatório (horizontal), de forma a verificar a interferência disto no mecanismo de reativação e de comunicação entre reservatórios inicialmente compartimentados.

# CAPÍTULO 7

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABBO, A. J.. *Finite Element Algorithms for Elastoplasticity and Consolidation*. PhD Thesis, University of Newcastle, pp. 271, February. 1997.
- ALLEN III, M. B., BEHIE, G. A. & TRANGENSTEIN, J. A., Multiphase flows in porous media: mechanics, mathematics and numerics. Springer-Verlag, 34, 1988.
- AL-BUSAFI, B., FISHER, Q. J. & HARRIS, S. D.. The importance of incorporating the multi-phase flow properties of fault rocks into production simulation models. *Marine and Petroleum Geology*, 22. pp. 365-374. 2005.
- ANTUNES, A. F., JARDIM DE SÁ, E. F., MATOS, R. M. D., KELLER FILHO, O. & LIMA NETO, F. F.. Interpretação de seções sísmicas 2D para o campo de Xaréu na sub-bacia de Mundaú (Bacia do Ceará, NE do Brasil). 2º Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo e Gás. Rio de Janeiro, Junho, 2003.
- ARAÚJO, E. M. P. Influência da variação da permeabilidade na estabilidade de poços de petróleo. Dissertação de Mestrado (Engenharia civil) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro 2002.
- AYDIN, A., BORJA, R. I. & EICHHUBL, P.. Geological and mathematical framework for failure models in granular rock. *Journal of Structural Geology*, 28. pp. 83-98. 2006.
- AZIZ, K. Notes for petroleum reservoir simulation. Satnford University, 1993.
- BASTIAN, P. Numerical computational of multiphase flows in porous media. Universität Kiel, Heidelberg, June 1999.
- BASTIAN, P. e HELMIG, R.. Efficient Fully-Coupled Solution Techniques for Two-Phase Flow in Porous Media. *Advances in Water Resources*. Vol. 23, nº3, pp. 199- 216. 1999.
- BEAR, J. Dynamics of fluids in porous media. American Elsevier, New York 1972.
- BEAR, J. and BACHMAT, Y.. Introduction to Modeling of Transport Phenomena in Porous Media. *Kluwer Academic Publishes*. 1991.
- BENTLEY, M.R., BARRY, J.J.. Representation of fault sealing in a reservoir simulation: Cormorant block IV, UK North Sea. SPE 22667. 1992.
- BORGES, F. S.. *Geologia Estrutural*. Faculdade de Ciências do Porto. 2002.

- BUCKLEY, S. E. and LEVERETT, M. C.. Mechanism of fluid displacements in sands. Transactions of the AIME, 146:107 – 116, 1942.
- CAO, H. Development of techniques for general purpose simulators. Doctor thesis. Stanford University, June 2002.
- CARVALHO, D. K.E.. Uma formulação do método dos volumes finitos com estrutura de dados por aresta para a simulação de escoamentos em meios porosos. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Pernambuco. Centro de Tecnologia e Geociências. Engenharia Civil. 2005.
- CHEN, Z., EWING, R.E.. Comparison of various formulations of three-phase flow in porous media. Journal of Computational Physics. 1997.
- CHEN, Z.. Formulations and numerical methods of the black-oil model in porous media. Society for Industrial and Applied Mathematics Journal (SIAM J. NUMER. ANAL.), vol. 38, No 2, p.p. 489-514. 2000.
- CHEN, Z.; HUAN, G.. Numerical experiments with various formulations for two phase flow in petroleum reservoirs. Transport in Porous Media, 51:89-102. 2003.
- CHEN, Z.; HUAN, G.; MA, Y. Computational methods for multiphase flows in porous media. SIAM, Computational Science & Engineering, 2006.
- COOK, C.C. and JEWELL, S. "Reservoir Simulation in a North Sea Reservoir Experiencing Significant Compaction Drive". *SPE Reservoir Simulation Symposium*, SPE 29132, San Antonio, Texas, USA, 12-15 February 1995.
- CORDAZZO, J., MALISKA, C. R., SILVA, A. F. C., and HURTADO, F. S. V.. "The Negative Transmissibility Issue When Using CVFEM in Petroleum Reservoir Simulation – 1. Theory", Proceedings of the 10o Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering -- ENCIT 2004, Braz. Soc. of Mechanical Sciences and Engineering -- ABCM, Rio de Janeiro, Brazil, Nov. 29 -- Dec. 03. 2004a.
- CORDAZZO, J., MALISKA, C. R., SILVA, A. F. C., and HURTADO, F. S. V.. "The Negative Transmissibility Issue When Using CVFEM in Petroleum Reservoir Simulation – 2. Results", Proceedings of the 10o Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering -- ENCIT 2004, Braz. Soc. of Mechanical Sciences and Engineering -- ABCM, Rio de Janeiro, Brazil, Nov. 29 -- Dec. 03. 2004b.

- COSTA, C. G.. Formulação Mista para Elasto-Viscoplasticidade. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE. Engenharia Mecânica. Rio de Janeiro. 2004.
- CRAWFORD, B. R. & YALE, D. P.. Constitutive modeling of deformation and permeability: relationships between critical state and micromechanics. SPE 78189. Society of Petroleum Engineers. 2002.
- CUNHA, M. C. C., PULINO, P., FERNANDES, M. R.. Introdução à Simulação de Fluxos em Meios Porosos: Método dos Elementos Finitos. Universidade Estadual de Campinas. 1999.
- DICKS, E. M. Higher order Gudunov black-oil simulations for compressible flow in porous media. Doctor Thesis. University of Reading, Department of Mathematics, march 1993.
- ERTEKIN, T.; ABOU-KASSEM, J. H.; KING, G. R. Basic applied reservoir simulation. Richardson, TX: Society of Petroleum Engineers, 2001.
- EWING, R. E.. Three-phase flow formulations. Institute for Scientific Computation. Texas A&M University College Station. TX 77843-3404. 1996.
- FALCÃO, F. O. L. Efeitos geomecânicos na simulação de reservatórios de petróleo. Dissertação de Mestrado (Engenharia Civil) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro 2002.
- FANCHI, J. R.. Principles of Applied Reservoir Simulation. 2<sup>nd</sup> edition. Butterworth-Heinemann. 2001.
- FAUERJ. Compressibilidade e Adensamento. Faculdade de Engenharia da Universidade Estadual do Rio de Janeiro (FAUERJ). Departamento de Estruturas e Fundações. Pós-Graduação de Engenharia Civil. 2008.
- FERNANDES, J. P. V.. Implementação e Aplicação do Modelo de Visco-Dano para Problemas Geomecânicos. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco. Recife-Brasil. 2008.
- FJAER, E., HOLT, R. M., RAAEN, A. M. & RISNES, R.. Petroleum Related Rock MEchanics. Developments in Petroleum Science 53. Elsevier. 2<sup>nd</sup> Edition. 2008.
- FORSYTH, P.. A control-volume finite element method for local mesh refinement in thermal reservoir simulation. SPE paper 18415. November: 561-566, 1990.
- GAI, X.; SUN, S.; WHEELER, M. F.; KLIE, H. A timestepping scheme for coupled reservoir flow and geomechanics on nonmatching grids. Paper **SPE 97054**, 2005.
- GEERTSMA, J.. Land subsidence above compacting oil and gas reservoirs. *J. Pet. Technol.* 25, pp. 734-744. 1973.



- GERRITSEN, M. e DURLOFSKY, L.J.. Modeling fluid flow in oil reservoirs. *Annu. Rev. Fluid. Mech.* 37:2, pp. 11-38. 2005.
- GOMES, I. F. Implementação de métodos explícitos de integração com controle de erro para modelos elastoplásticos e visco-elastoplásticos. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, Departamento de Engenharia Civil, Recife 2006.
- GOMES, I. F., GUIMARÃES, L. J. N. & PONTES FILHO, I. D. S... Implementação de modelo viscoplástico de perzyna pelo método explícito de runge-kutta-dormand-price. *XXVII Iberian Latin Congresso on Computational Methods in Engineering*. Belém-Pará, Brasil. 2006a.
- GOMES, I. F., GUIMARÃES, L. J. N. & PONTES FILHO, I. D. S.. Implementação de algoritmos explícitos de integração de tensões com controle de erro para elastoplasticidade em solos. *XXVII Iberian Latin Congresso on Computational Methods in Engineering*. Belém-Pará, Brasil. 2006b.
- GOMES, I. F., GUIMARÃES, L. J. N. & PONTES FILHO, I. D. S.. Análise da estabilidade de taludes verticais via mef utilizando modelos elastoplásticos e viscoelastoplásticos. *XXVII Iberian Latin Congresso on Computational Methods in Engineering*. Belém-Pará, Brasil. 2006c.
- GOMES, I. F., GUIMARÃES, L. J. N. & FERNANDES, J. P. V.. Modelagem hidrogeomecânica via MEF de problemas de compactação de reservatórios de petróleo e subsidência da superfície. *XXIX Iberian Latin Congresso on Computational Methods in Engineering*. Maceió-Alagoas, Brasil, 2008a.
- GOMES, I. F., GUIMARÃES, L. J. N. & FERNANDES, J. P. V.. Aplicação de simulador black-oil bifásico com acoplamento geomecânico em elementos finitos a problema de ativação de falha em reservatório de petróleo. *XXIX Iberian Latin Congresso on Computational Methods in Engineering*. Maceió-Alagoas, Brasil, 2008b.
- GOTTARDI, G. and DALL'OLIO, D.. "A Control-Volume Finite-Element Model for Simulating Oil-Water Reservoirs", *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 8, 29-41, Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam. 1992.
- GUIMARÃES, L. J. N., *Análisis multi-componente no isoterma em médio poroso deformable no saturado*. Tesis Doctoral, Universitat Politècnica Catalunya, Barcelona, 195 pp. 2002.
- GUIMARÃES, L. J. N., GOMES, I. F., FERNANDES, J. P. V.. Influence of Mechanical Constitutive Model on the Coupled Hydro-Geomechanical Analysis of Fault Reactivation. 2009 SPE Reservoir Simulation Symposium. SPE 119168-PP. The Woodlands. Texas. USA. 2009.

- GUTIERREZ, M. & LEWIS, R. W.. The role of geomechanics in reservoir simulation. SPE/ISRM 47392. Trondheim. 1998.
- HEERES, O. M., *Modern Strategies for the Numerical Modeling of the Cyclic and Transient Behavior of Soils*. Doctor Thesis, Civiel Ingenieur, Technische Universiteit Delft, Netherlands, 2001.
- HEIMSUND, B. Mathematical and numerical methods for reservoir fluid flow simulation. Doctor sientiarum thesis. Department of mathematics, University of Bergen, march 2005.
- HELMIG, R.. Multiphase flow and transport processes in the subsurface. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 1997.
- HELMIG, R. e HUBER, R.. Comparison of Galerkin-type discretization techniques for two-phase flow in heterogeneous porous media. *Advances in Water Resources*. Elsevier Science Ltd. Vol. 21, No. 8, pp. 697-711, 1998.
- JHA, B.. A mixed finite element framework for modeling coupled fluid flow and reservoir geomechanics. Master Thesis. Stanford University. 2005.
- JUANES, R., PATZEK, T. W.. Multiple-Scale Stabilized Finite Elements for the Simulation of Tracer Injections and Waterflood. SPE/DOE Thirteenth Symposium on Improved Oil Recovery. SPE 75231. April, 2002.
- KARLSEN, K. H., LIE, K. A., RISEBRO, N. H.. A fast level set method for reservoir simulation. 1999.
- KNAI, T.A., KNIFE, R.J.. The impact of faults on fluid flow in the Heidrun Field, in: Jones, G., Fisher, Q.J., Knipe, R.J. (Eds.), *Faulting, Fault Sealing and Fluid Flow in Hydrocarbon Reservoirs* Geological Society, London, Special Publications 147, pp. 269–282. 1998.
- LEONARD, B. P.. Simple high-accuracy resolution program for convective modeling of discontinuities, *International Journal for numerical methods in Fluids*, 8, 1291-1318. 1988.
- LEWIS, R. W., BETTESS, P., e HINTON, E.. *Numerical Methods in COUPLED SYSTEMS*. Number 3. Wiley Science, University College of Swansea, Wales, 1<sup>st</sup> Edition. 1984.
- LEWIS, R. W.; MAKURAT, A.; WILLIAM, K. S. P. Fully coupled modeling of seabed subsidence and reservoir compaction of North Sea oil fields. **Hydrogeology Journal**. Springer-Verlag, v. 11, p.142-161, 2003.
- LEWIS, R. W. & SCHREFLER, B. A.. *The Finite Element Method in the Static and Dynamic Deformation and Consolidation of Porous Media*. 2<sup>nd</sup> Edition. John Wiley & Sons. New York. 1998.

- LI, B.; CHEN, Z.; HUAN, G. Control volume function approximation methods and their applications to modeling porous media flow II: the black-oil model. **Advances in Water Resources**. Elsevier, v.27, p.99-120, 2004.
- LYONS, W. C.. Standard Handbook of Petroleum & Natural Gas Engineering. Volume 1. Gulf Publishing Company, Houston, Texas, 1996.
- MAINGUY, M. e LONGUEMARE, P.. Coupling Fluid and Rock Mechanics: Formulations of the Partial Coupling between Reservoir and Geomechanical Simulators. Oil & Gas Science and Technology. Vol. 57, No 4, pp. 355-367. 2002.
- MATSUOKA, H., NAKAI, T., *Stress-deformation and strength characteristics of soils under in three different principal stresses*. Proc. Jap. Soc. Civ. Eng., vol. 232, pp. 59-70, 1974.
- METZ, B., DAVIDSON, O., CONINCK, H., LOSS, M. and MEYER, L.. Carbon Dioxide Capture and Storage. IPCC Special Report. Intergovernmental Panel on Climate Change. 2008.
- MINKOFF, S. E.; STONE, C. M.; BRYANT, S.; PESZYNSKA, M.; WHEELER, M. F. Coupled fluid flow and geomechanical deformation modeling. **Journal of Petroleum Science and Engineering**. Elsevier, v.38, p.37-56, 2003.
- OLIVELLA, S., CARRERA, J., GENS, A., ALONSO, E. E.. *Numerical formulation for a Simulator (CODE\_BRIGHT) for the coupled analysis of saline media*. Engineering Computations, vol. 7, pp. 87-112. 1995.
- ONAIISI, A.; SAMIER, P.; KOUTSABELOULIS, N.; LONGUEMARE, P. Management of stress sensitive reservoirs using two coupled stress-reservoir simulation tools : ECL2VIS and ATH2VIS. Paper **SPE 78512**, 2002.
- PASTOR, J. A. S. C. Modelagem de Reservatórios de Petróleo Utilizando Formulação Acoplada de Elementos Finitos. Tese de Doutorado (Engenharia civil) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2001.
- PEREIRA, L. C. Simulação de Fluxo em Reservatórios sob Efeito da Compactação. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE. Rio de Janeiro, 2007.
- PÉREZ-FOGUET, A., RODRÍGUEZ-FERRAN, A., HUERTA, A., *Numerical differentiation for local and global tangent operators in computational plasticity*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 189, 277-296, 2000.
- PIMENTA, T. M., QUEIROZ, R. A. B., FERREIRA, V. G.. Estudo de Esquema Upwind para Solução Numérica de EDPs com Caráter Predominantemente Convectivo. XXX CNMAC (Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional). Florianópolis. Setembro. 2007.

- POTTS, D. M.; ZDRAVKOVIĆ, L. Finite element analysis in geotechnical engineering. Vol. 1, Published by Thomas Telford Publishing, London 1999.
- PRAT, P., GENS, A., *Leyes de Comportamiento de Materiales*. Curso de Master, Metodos Numéricos para Cálculo y Diseño em Ingenieria, Universidad Politécnica da Cataluña, Barcelona, Febrero, 2003.
- RUDDY, I., ANDERSEN, M.A., PATTILL, P.D., BISHLAWL, M. and FOGED, N."Rock Compressibility, Compaction, Subsidence in a High-Porosity Chalk Reservoir: A Case Study of Valhall Field", *Journal of Petroleum Technology* July, 1989.
- RUDNICKI, J. W.. Alteration of regional stress by reservoirs and other inhomogeneities: stabilizing or destabilizing?. *Proc. 9<sup>th</sup> Int. Congr. On Rock Mech.* Paris, France, Vol. 3. Swets & Zeitlinger, Lisse Netherlands, pp. 1629-1637. 1999.
- RUTQVIST, J., BIRKHOLZER, J., CAPPAS, F. & TSANG, C. -F.. Estimating maximum sustainable injection pressure during geological sequestration of CO<sub>2</sub> using coupled fluid flow and geomechanical fault-slip analysis. *Energy Conversion and Management*, 48, (March), pp. 1798-1807, 2007.
- SAMIER, P.; ONAISI, A.; FONTAINE, G. Coupled analysis of geomechanics and fluid flow in reservoir simulation. Paper **SPE 79698**, 2003.
- SÁNCHEZ, M. J., *Implementación de modelos viscoelásticos-viscoplásticos, para suelos, em elementos finitos y simulación de movimientos diferidos em taludes*. Tesina de MÁSTER, Universitat Politècnica de Catalunya, Escola Técnica Superior d'Enginiers de Camins, Canals i Ports, Barcelona, 1997.
- SANTOS, E. A.. Estudo de casos utilizando o método dos elementos finitos para simulação de reservatórios de petróleo. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco. Departamento de Engenharia Civil. Recife. 2002.
- SCHIOZER, D. J. Simultaneous simulation of reservoir and surface facilities. Doctor thesis. Stanford University, March 1994.
- SETTARI, A. & WALTERS, D. A.. Advances in coupled geomechanical and reservoir modeling with applications to reservoir compaction. SPE 51927. Texas, 1999.
- SHENG, D., SLOAN, S. W., YU, H. S., *Aspects of finite element implementation of critical states models*. Computational Mechanics, vol. 26, 185-196, 2000.
- SLOAN, S. W., BOOKER, J. R., *Removal of singularities in Tresca and Mohr-Coulomb yield functions*. Communications in Applied Numerical Methods, vol. 2, pp. 173-179, 1986.

- SOLTANZADEH, H., HAWKES, C. D.. Semi-analytical models for stress change and fault reactivation induced by reservoir production and injection. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 60, (May). pp. 71-85. 2008.
- SOUSA, R. M., Modelagem acoplada hidro-mecânica da perfuração de poços em Rochas frágeis. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, Departamento de Engenharia Civil, 112 f., Recife, 2004.
- SOUSA, D. C., SÁ, E. F. J., ANTUNES, A. F.. Deformação neógena e suas implicações na estruturação dos campos de petróleo na região de Icapuí-Ponta Grossa (CE), Bacia Potiguar emersa. *Revista Brasileira de Geociências*. 38 (2 – suplemento): 97-110. Junho, 2008.
- TRAN, D.; NGHIEM, L.; BUCHANAN, L. An overview of iterative coupling between geomechanical deformation and reservoir flow. Paper **SPE/PS-CIM/CHOA 97879 PS2005-396**, 2005.
- WAN, J. Stabilized finite element methods for coupled geomechanics and multiphase flow. Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy. Stanford University, november 2002.
- WESTHEAD, A. Upscaling for two phase flows in porous media. Doctor thesis. California Institute of Technology. Pasadena, January 2005.
- YALE, D. P.. Coupled geomechanics-fluid flow modeling: effects of plasticity and permeability alteration. SPE 78202. Society of Petroleum Engineers. 2002.
- YIELDING, G., FREEMAN, B. & NEEDHAM, D. T.. Quantitative Fault Seal Prediction. *American Association of Petroleum Geologists Bulletin*, V. 81, No. 6, (June). pp. 897-917. 1997.
- ZIENKIEWICZ, O. C., TAYLOR, R. L., *The Finite Element Method*. Vol. 2. Mc-Graw-Hill Book Company, London, 1991.
- ZOBACK, M. D.. *Reservoir Geomechanics*. Cambridge University Press. 2007.
- ZOBACK, M. D. & ZINKE, J. C.. Production-induced normal faulting in the Valhall and Ekofisk oil fields. *Pure Appl. Geophys*. 159, pp. 403-420. 2002.

# ANEXO A

## I. Obtenção da Matriz Tangente Visco-Elastoplástica

A formulação elasto-viscoplástica leva à necessidade de se determinar uma nova matriz tangente utilizada no cálculo do conjunto de equações não-lineares através do Método de Newton-Raphson. Ao aplicar-se a formulação elasto-viscoplástica de Perzyna ao problema de elementos finitos, deve-se redefinir a Equação 105, em função de uma matriz tangente elasto-viscoplástica  $\mathbf{D}^{**}$  que por sua vez é obtida pela relação entre o tensor constitutivo elástico  $\mathbf{D}$  e um tensor viscoplástico  $\mathbf{D}^*$ . Logo:

$$\mathbf{D}^{**} = \mathbf{D} * \mathbf{D} \quad (\text{A.I})$$

O tensor viscoplastico  $\mathbf{D}^*$  é obtido em função de uma matriz gradiente de velocidade de deformação  $\mathbf{G}^*$ . A determinação desta matriz parte da relação constitutiva, considerando a decomposição aditiva elasto-viscoplástica. Logo:

$$d\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}.d\boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{D} \frac{\langle \dot{\varphi}^+(F) \rangle}{\eta} \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (\text{A.II})$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{D} - \mathbf{D} \frac{\partial \varepsilon^{vp}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \quad (\text{A.III})$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = \left[ \mathbf{I} + \mathbf{D} \frac{\partial \varepsilon^{vp}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right]^{-1} \mathbf{D} \quad (\text{A.IV})$$

$$d\boldsymbol{\sigma} = \left[ \mathbf{I} + \mathbf{D} \frac{\partial \varepsilon^{vp}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right]^{-1} \mathbf{D}.d\boldsymbol{\varepsilon} \quad (\text{A.V})$$

$$\mathbf{D}^* = \left[ \mathbf{I} + \mathbf{D} \frac{\partial \varepsilon^{vp}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right]^{-1} \quad (\text{A.VI})$$

A matriz gradiente de velocidade de deformação é definida pela teoria de Perzyna através do gradiente da taxa de deformação viscoplástica com relação ao estado de tensão atuante. Logo:

$$G^* = \frac{\partial \dot{\epsilon}^{vp}}{\partial \sigma} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ \frac{\Delta t \langle \varphi^+(F) \rangle}{\eta} \cdot \frac{\partial G}{\partial \sigma} \right] \quad (\text{A.VII})$$

$$G^* = \frac{\Delta t}{\eta} \left\{ \left( \frac{\partial \varphi^+(F)}{\partial \sigma} \cdot \left( \frac{\partial G}{\partial \sigma} \right)^T \right)^T + \varphi^+(F) \cdot \frac{\partial^2 G}{\partial \sigma^2} \right\} \quad (\text{A.VIII})$$

Onde :

$$D^* = (I + D \cdot \Delta t \cdot \theta \cdot G^*)^{-1} \quad (\text{A.IX})$$

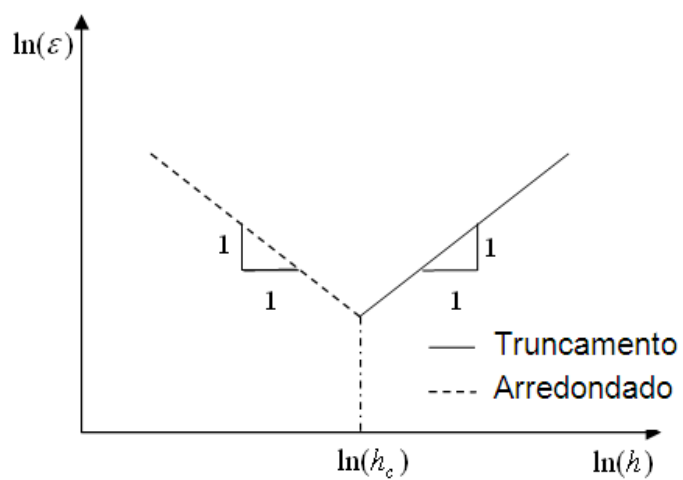
Verifica-se que há um termo de segunda ordem no cálculo da matriz gradiente, cuja determinação desta derivada é necessária para a implementação numérica e não tem solução analítica. Logo são resolvidas por aproximações através de esquemas clássicos de diferenças.

O método de aproximação numérica adotado é o apresentado por autores como Heeres (2001) e Pérez-Foguet *et al.* (2000) que sugerem a aproximação a primeiras derivadas do vetor de fluxo, são possíveis de serem obtidas analiticamente. Para isso utilizou-se o método de diferenças para frente para primeiras derivadas do vetor de fluxo, que tem a seguinte forma:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{f(x + h_i e_i) - f(x)}{h_i} + O(h_i) \quad (\text{A.X})$$

Num plano duplamente logarítmico (Figura AI) o erro de arredondamento aumenta linearmente com o decréscimo do tamanho do passo  $h_i$ . Já o erro de truncamento  $O(h_i)$  decresce linearmente quando o tamanho do passo tende a zero. O erro total é definido pela soma de ambos os erros, e existe um tamanho de passo crítico  $h_c$  em que o erro é mínimo.

Segundo Heeres (2001) para o esquema de aproximação de primeira ordem por diferenças para frente o erro total é muito pequeno, devido à inclinação 1:1 no plano duplamente logarítmico, o que implica num amplo espaço de variação do tamanho de passo e leva a uma convergência quadrática do esquema de Newton-Raphson.



**Figura AI – Representação quantitativa dos erros para derivação numérica com aproximação de primeira ordem via diferenças finitas para frente.**